

Name: .....

**Klausur: Grundlagen der Elektronik WS 10/11**

**Kurzfragen ohne Unterlagen** (Bearbeitungszeit: 30 min)

- Gegeben ist das Bändermodell  $W(x)$  von  $p$ -dotiertem Si. Skizzieren Sie die Zustandsdichten der Elektronen im Leitungsband und der Löcher im Valenzband  $D(W)$  in parabolischer Näherung, sowie die Fermi-Verteilung  $f(W)$  und die Elektronen- und Löcherkonzentrationen im Leitungs- bzw. Valenzband  $n(W)$ ,  $p(W)$  in den vorbereiteten Koordinatensystemen.
- Welche der Aussagen zu einem idealen  $pn$ -Übergang mit angelegter Spannung  $U$  sind zutreffend?
- Welche der Aussagen zur Kapazität  $C$  einer  $pn$ -Diode mit abruptem Übergang und homogenen Dotierungen sind zutreffend?
- Welche der Aussagen zu dem gezeigten Bändermodell mit den Bandkanten  $W_V$  und  $W_L$  sowie den beiden Quasi-Ferminiveaus  $W_{Fn}$  und  $W_{Fp}$  für die Elektronen und Löcher sind richtig unter der Voraussetzung gleicher effektiver Zustandsdichten im Leitungs- und Valenzband?
- Skizzieren Sie in den vorbereiteten Diagrammen die örtlichen Verläufe der Raumladungsdichte  $\rho(x)$ , des elektrischen Feldes  $E(x)$  und des Bändermodells  $W(x)$  in der angedeuteten, idealen Metall-Oxid- $n$ -Halbleiterstruktur für den Fall der schwachen Inversion. Beschriften Sie  $W_{Fn}$ ,  $W_L$ ,  $W_V$  sowie die angelegte Spannung  $U$ . Welches Vorzeichen muss dann die Spannung am Metall gegenüber dem Halbleiter aufweisen?
- Die Steilheit eines FETs mit isoliertem Gate kann erhöht werden, wenn man
- Gegeben ist eine ideale Metall-Isolator-Halbleiter-Struktur (Bild a) mit gleichen Austrittsarbeiten von Halbleiter und Metall sowie in den Bildern c bis e die zugehörigen Bändermodelle für drei Arbeitspunkte. Um welchen Halbleitertyp handelt es sich?  
Zeichnen Sie für niedrige Frequenzen den  $C(U_p)$ -Verlauf in das Diagramm (Bild b). Markieren Sie die Arbeitspunkte der drei angegebenen Bändermodelle mit dem zugehörigen Buchstaben (c bis e) in der  $C(U_p)$ -Kernlinie.
- Welche der Aussagen zu einer MOS-Kapazität sind zutreffend?
- Welche der Aussagen zum Bipolartransistor sind richtig?
- Skizzieren Sie in dem vorbereiteten Diagramm den Konzentrationsverlauf der Minoritätsladungsträger in der neutralen Basis ( $x_2$  bis  $x_3$ ) eines  $npn$ -Transistors (Diffusionsdreieck). Vernachlässigen Sie die Variation der Verarmungszonenbreiten mit der Spannung. Markieren Sie die Verläufe mit dem Buchstaben der Teilaufgaben:  $U_{eb}$ : Emitter-Basis-Spannung und  $U_{cb}$ : Kollektor-Basis-Spannung.

Name: .....

**Klausur: Grundlagen der Elektronik WS 10/11**

**Aufgaben** (Bearbeitungszeit: 2 Std.)

- Ein  $n$ -Halbleiter hat bei  $T_0 = 300$  K gleiche Elektronen- und Löchermassen  $m$  und -beweglichkeiten  $\mu$  und eine Dotierungskonzentration  $N_D \gg n_i$ . Die effektiven Zustandsdichten und die Beweglichkeiten sollen von der Temperatur  $T$  ab abhängen gemäß:

$$N_L(T) = N_V(T) = N_0 \left( \frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \text{ und}$$

$$\mu_p(T) = \mu_n(T) = \mu_0 \left( \frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \text{ bei Eigenleitung; Bereich (1)}$$

$$= \mu_0 \left( \frac{T}{T_0} \right)^{3/4} \text{ bei Störstellenreserve; Bereich (2).}$$

Im Bereich (2) gilt zudem:  $n^2 + n_0 n - N_D n_0 = 0$ ; mit  $\sqrt{4N_D n_0} \gg 1$

- Leiten Sie zunächst die Temperaturabhängigkeit der Elektronenkonzentration  $n(T)$  in den Bereichen (1) und (2) formelmäßig ab. Wie groß ist jeweils im Vergleich  $p(T)$ ? Ermitteln Sie anschließend die Temperaturabhängigkeit der spezifischen Leitfähigkeit  $\sigma(T)$  in den Bereichen (1) und (2). Die abgeleiteten Formeln sollen jeweils alle Temperaturabhängigkeiten explizit enthalten. Nutzen Sie:

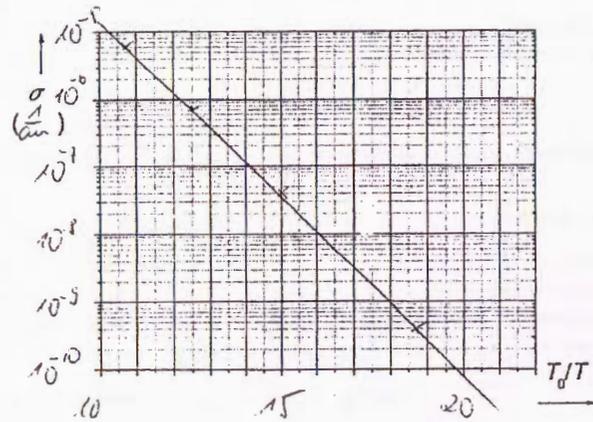
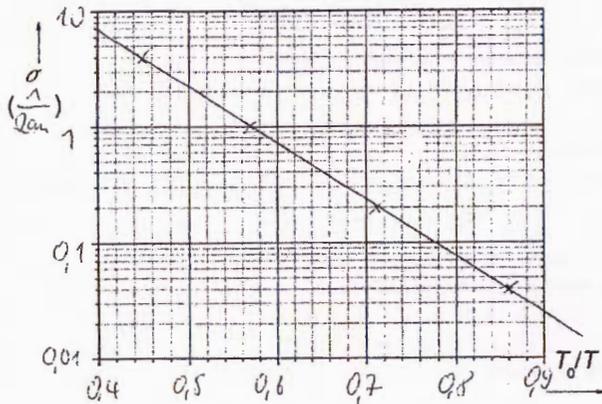
$$n_i = \sqrt{N_V N_C} \exp\left(-\frac{W_G}{2kT}\right); n_0 = \frac{N_D}{2} \exp\left(-\frac{W_L - W_D}{kT}\right); \sigma = q(n\mu_n + p\mu_p)$$

- Formen Sie die unter a) abgeleiteten Temperaturabhängigkeiten  $\sigma(T)$  so um, dass sich in Abhängigkeit von  $T_0/T$  jeweils eine lineare Funktion  $f(\sigma) = a \cdot (1/T) + b$  ergibt. Geben Sie  $a$  und  $b$  für die Bereiche (1) und (2) formelmäßig an.
- Der betrachtete Halbleiter weist folgende Werte für  $\sigma$  in Abhängigkeit von  $T$  auf:

$T$ (K)	16	20	24	28	350	420	525	665
$\sigma$ (1/Ωcm)	$4 \cdot 10^{10}$	$4 \cdot 10^8$	$7 \cdot 10^7$	$6 \cdot 10^6$	0,04	0,2	1,0	4,0
Bereich	(2)				(1)			
$T_0/T$	18,75	15	12,5	10,7	0,86	0,71	0,57	0,45

Markieren Sie in der dritten Zeile die Bereiche (1) und (2). Ergänzen Sie in der Tabelle auch die Werte von  $T_0/T$ .

Tragen Sie die ermittelten Werte nun für den Bereich (1) in das obere und den Bereich (2) in das untere Diagramm ein. Ergänzen Sie die Achsenbeschriftung. Bestimmen Sie den Bandabstand  $W_0$  und die Ionisierungsenergie  $W_L - W_0$ . Folgende Daten sind gegeben:  $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $k = 8,62 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K}$ .



$$(a) \quad (1) \quad n = p = n_i = \sqrt{N_L N_V} \exp\left(-\frac{W_G}{2kT}\right) = N_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{W_G}{2kT}\right)$$

$$(2) \quad p(T) \ll n(T) : \quad n_{wz} = -\frac{n_0}{2} + \sqrt{\frac{n_0^2}{4} + N_D n_0} = -\frac{n_0}{2} + \sqrt{N_D n_0} \left(\frac{n_0}{4N_D n_0} + 1\right) \approx -\frac{n_0}{2} + \sqrt{N_D n_0}$$

$$= \sqrt{N_D n_0} \left(-\frac{n_0}{2\sqrt{N_D n_0}} + 1\right) \approx \sqrt{N_D n_0}$$

$$\rightarrow n(T) = \sqrt{N_D n_0} = \sqrt{\frac{N_L N_D}{2}} \exp\left(-\frac{W_L - W_0}{2kT}\right) = \sqrt{\frac{N_D N_0}{2}} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/4} \exp\left(-\frac{W_L - W_0}{2kT}\right)$$

$$(1) \quad E(T) = q(n(T)\mu_n(T) + p(T)\mu_p(T)) = 2q n_i(T) \mu_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2} = 2q \mu_0 N_0 \exp\left(-\frac{W_G}{2kT}\right)$$

$$(2) \quad E(T) = q(n(T) + p(T)) = q \mu_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/4} \sqrt{\frac{N_D N_0}{2}} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/4} \exp\left(-\frac{W_L - W_0}{2kT}\right)$$

$$b) \quad (1) \quad \ln\left(\frac{E(T)}{2q\mu_0 N_0}\right) = -\frac{W_G}{2kT} \quad a = -\frac{W_G}{2k}, b = 0$$

$$(2) \quad \ln\left(\frac{E(T)}{q\mu_0 \sqrt{\frac{N_D N_0}{2}}}\right) = -\frac{W_L - W_0}{2kT} \quad a = -\frac{W_L - W_0}{2k}, b = 0$$

$$c) \quad W_0 = -2k \frac{\Delta \ln I}{\Delta \frac{1}{T}} = -2k T_0 \frac{\ln\left(\frac{E(T_1)}{E(T_2)}\right)}{\frac{T_0}{T_1} - \frac{T_0}{T_2}}$$

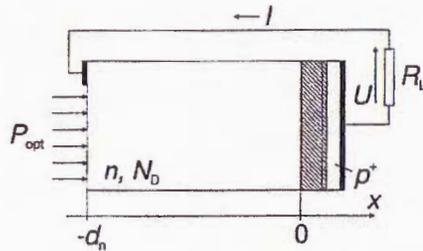
$$(1) \quad W_G = -2k T_0 \frac{\ln\left(\frac{0,06}{7}\right)}{0,82 - 0,4} = 0,59 \text{ eV}$$

$$W_L - W_0 = -2k T_0 \frac{\ln\left(\frac{10^{-10}}{4 \cdot 10^{-1}}\right)}{20 - 10,5} = 0,061 \text{ eV}$$

Name: .....

2) Abb. 2 zeigt eine Diode, die bei 300 K als Solarzelle betrieben wird. Bestrahlung durch das  $n$ -Gebiet führt zu einer ortsabhängigen Generation mit einer auf die Fläche  $A$  bezogenen Rate  $g(x)$ . Thermische Generation von Ladungsträgern in der Verarmungszone (Abb. 2, schraffierter Bereich) und ein Spannungsabfall über den Bahngebieten können vernachlässigt werden. Der Lastwiderstand ist so dimensioniert, dass sich ein Spannungsabfall  $U = 0,4$  V ergibt.

Abb. 2



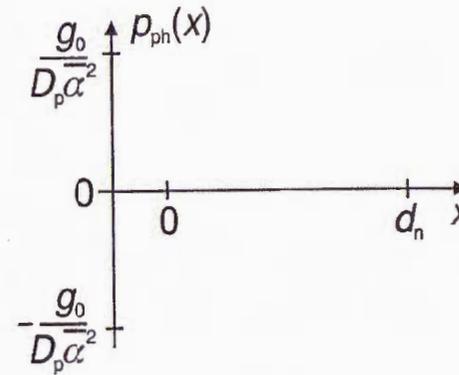
a) Stellen Sie die Differenzialgleichung auf, die im eingeschwungenen Zustand den Verlauf der Löcherkonzentration  $p_n(x)$  im  $n$ -Bahngebiet beschreibt. Nutzen Sie die Kontinuitätsgleichung:  $dp_n/dt = -1/q(dJ_p/dx) - r_{net} + g$  mit Diffusionsstromdichtegleichung:  $J_p = -qD_p(dp_n/dx)$ , thermischer Nettorekombinationsrate:  $r_{net} = (p_n - p_{n0})/\tau_p$ , optischer Generationsrate:  $g(x) = g_0 \exp[-\bar{\alpha}(x + d_n)]$ , Diffusionslänge:  $L_p = (D_p \tau_p)^{1/2}$  und Gleichgewichtskonzentration der Löcher im  $n$ -Bahngebiet  $p_{n0}$ .

Ermitteln Sie die Löcherkonzentration an den Rändern des  $n$ -Bahngebietes (Formel und Zahlenwerte; Hinweis: am Rand der Verarmungszone ist  $p_n = p_{n0} \exp(W/kT)$ ;  $W$  ist eine Funktion von  $U$ ;  $p_{n0} = n_i^2/N_D$  mit  $n_i = 5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ;  $N_D = 7 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ).

Lösen Sie nun die Differenzialgleichung unter Verwendung des Ansatzes:

$$p_n(x) - p_{n0} = A \sinh\left(\frac{x + d_n}{L_p}\right) + B \sinh\left(\frac{x}{L_p}\right) + C \exp[-\bar{\alpha}(x + d_n)].$$

Geben Sie getrennt die Anteile der ohne Bestrahlung (1) vorliegenden und der photogenerierten (2) Löcherkonzentrationen an. Nähern und skizzieren Sie qualitativ den Verlauf der Konzentration der photogenerierten Ladungsträger  $p_{ph}(x)$  im  $n$ -Bahngebiet für den Fall, dass  $\bar{\alpha}^2 \gg 1/L_p^2$ ,  $d_n \ll L_p$  und  $\exp(-\bar{\alpha}d_n) \ll 1$  (nutzen Sie die Vorlage).



- b) Berechnen Sie den Diffusionskoeffizient  $D_p = \mu_p kT/q$ , die Diffusionslänge  $L_p$  sowie  $p_{n0} = n_i^2/N_D$  und überprüfen Sie die Annahmen in a) unter Verwendung der Zahlenwerte:  $\mu_p = 400 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ ;  $T = 300 \text{ K}$ ;  $k = 8,62 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K}$ ;  $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $\tau_p = 25 \mu\text{s}$ ;  $n_i = 5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ;  $N_D = 7 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ;  $\bar{\alpha} = 3 \cdot 10^3 \text{ cm}^{-1}$ ,  $d_n = 8 \mu\text{m}$ .
- c) Bestimmen Sie aus  $p_{ph}$  den Photostrom  $I_{ph}$  durch die Diode (Formel und Wert;  $A = 1,2 \text{ mm}^2$ ,  $g_0 = 5 \cdot 10^{19} / (\text{cm}^3 \text{ s})$ ).

$$2a) P_n(-d_n) = P_{n0}; \quad P_n(0) = P_{n0} \exp\left(\frac{qU}{kT}\right) \\ = \frac{n_i^2}{N_D} = 3,6 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-3} = \frac{n_i^2}{N_D} \cdot 5,2 \cdot 10^6 = 1,9 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-3}$$

$$0 = \frac{dP_n}{dt} = -\frac{1}{\tau} \frac{dP_n}{dx} - r_{\text{net}} + g = D_p \frac{d^2 P_n}{dx^2} - \frac{P_n - P_{n0}}{\tau_p} + g \exp[-\bar{\alpha}(x+d_n)] \\ \rightarrow 0 = \frac{d^2 P_n}{dx^2} - \frac{P_n - P_{n0}}{L_p^2} + \frac{g_0}{D_p} \exp[-\bar{\alpha}(x+d_n)]$$

Ansatz in DGL:

$$P_n(-d_n) - P_{n0} = \frac{A \sinh(0)}{0} + B \sinh\left(-\frac{d_n}{L_p}\right) + C \exp(-\bar{\alpha} \cdot 0) \\ = 1$$

$$\rightarrow B = -\frac{C}{\sinh\left(-\frac{d_n}{L_p}\right)}$$

$$P_n(0) - P_{n0} = A \sinh\left(\frac{d_n}{L_p}\right) + \frac{B \sinh(0)}{0} + C \exp(-\bar{\alpha} d_n) \\ = 0$$

$$P_{n0} \left[ \exp\left(\frac{qU}{kT}\right) - 1 \right]$$

$$\rightarrow A = \frac{-P_{n0} \left[ 1 - \exp\left(\frac{qU}{kT}\right) \right] - C \exp(-\bar{\alpha} d_n)}{\sinh\left(\frac{d_n}{L_p}\right)}$$

Einsetzen in DGL:

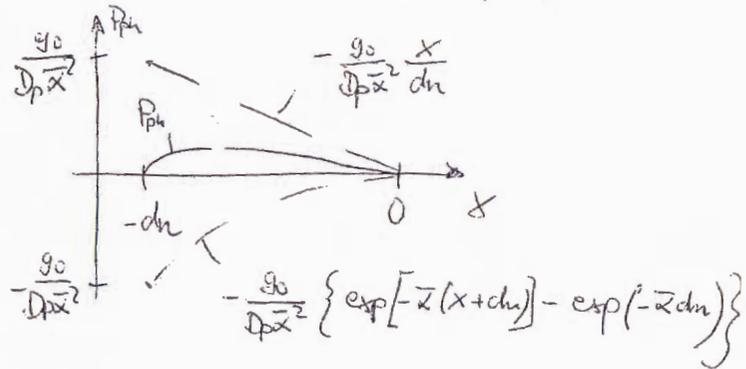
$$C \bar{\alpha}^2 \exp[-\bar{\alpha}(x+d_n)] - \frac{C}{L_p^2} \exp[-\bar{\alpha}(x+d_n)] + \frac{g_0}{D_p} \exp[-\bar{\alpha}(x+d_n)] = 0$$

$$\rightarrow C = \frac{g_0/D_p}{1/L_p^2 - \bar{\alpha}^2} \approx \frac{g_0}{D_p \bar{\alpha}^2}$$

$$\rightarrow (1) P_n(x) = P_{n0} - P_{n0} \left[ 1 - \exp\left(\frac{qU}{kT}\right) \right] \frac{\sinh\left(\frac{x+d_n}{L_p}\right)}{\sinh\left(\frac{d_n}{L_p}\right)}$$

$$(2) P_n(x) = -C \exp(\bar{\alpha} d_n) \frac{\sinh\left(\frac{x+d_n}{L_p}\right)}{\sinh\left(\frac{d_n}{L_p}\right)} - C \frac{\sinh\left(\frac{x}{L_p}\right)}{\sinh\left(-\frac{d_n}{L_p}\right)} + C \exp[\bar{\alpha}(x+d_n)] \\ d_n \ll L_p \rightarrow \frac{\sinh\left(\frac{x+d_n}{L_p}\right)}{\sinh\left(\frac{d_n}{L_p}\right)} \approx \frac{x+d_n}{d_n} \quad \frac{\sinh\left(\frac{x}{L_p}\right)}{\sinh\left(-\frac{d_n}{L_p}\right)} \approx -\frac{x}{d_n}$$

$$P_{ph} \approx \frac{g_0}{D_p \bar{\alpha}^2} \left\{ \exp(-\bar{\alpha} d_n) + \frac{\exp(-\bar{\alpha} d_n) \frac{x}{d_n}}{\ll 1} - \frac{x}{d_n} - \exp[\bar{\alpha}(x+d_n)] \right\}$$



$$b) D_p = 10,3 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}, L_p = 161 \mu\text{m}; \quad \bar{\alpha}^2 = 9 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-2} \gg 3,9 \cdot 10^3 \text{ cm}^{-2} = L_p^{-2} \\ d_n = 8 \mu\text{m} \ll 161 \mu\text{m} = L_p; \quad \exp(-\bar{\alpha} d_n) = 0,09 \ll 1$$

$$c) I_{ph} = |A g D_p \frac{dP_n}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{|A g D_p g_0}{D_p \bar{\alpha}^2} \left\{ \bar{\alpha} \exp(\bar{\alpha} d_n) \frac{x}{d_n} - 1 \right\} \\ = \frac{|A g g_0}{\bar{\alpha}^2 d_n} \left\{ \frac{\bar{\alpha} d_n \exp(-\bar{\alpha} d_n)}{0,22} - 1 \right\} \\ = 0,1 \text{ mA}$$

Name: .....

- 3) Analysieren Sie die Schaltung in **Abb. 3a**. Der Transistor ist durch das Kennlinienfeld in **Abb. 3b** charakterisiert. Folgende Betriebsparameter sind gegeben:  $U_B = 6\text{ V}$ ,  $U_{CE} = 2,4\text{ V}$ ,  $U_{CB} = -0,7\text{ V}$ ,  $U_B = 0,5\text{ V}$ ,  $I_B = 6\text{ }\mu\text{A}$ ,  $I_C = 5 \times I_B$ ,  $R_C = 50\text{ }\Omega$ ,  $R_E = 2\text{ k}\Omega$ .
- Welcher Transistortyp liegt vor? Zeichnen Sie das Gleichstromersatzschaltbild. Ermitteln Sie den Arbeitspunkt ( $U_{CE}$ ,  $I_C$ ) und die Widerstände  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_B$  und  $R_C$ . Wie groß ist  $I_C$  ( $U_{CE} = 0$ )? Tragen Sie Arbeitspunkt und -gerade in das Kennlinienfeld ein.
  - Führen Sie eine Wechselstromanalyse durch. Welcher Schaltungstyp liegt vor? Zeichnen Sie hierzu die Ersatzschaltung unter Verwendung des vereinfachten Kleinsignal-Ersatzschaltbildes für den Transistor (**Abb. 3c**) mit den Parametern  $\alpha = 0,996$ ,  $r_b = 2,1\text{ k}\Omega$  und  $r_e = 9\text{ }\Omega$ . Die Kondensatoren stellen im betrachteten Frequenzbereich Kurzschlüsse dar.
  - Bestimmen Sie aus b) mit Hilfe der in a) ermittelten Werte den Eingangswiderstand  $R_x = u_1/i_1$ , die Stromverstärkung  $v_i = i_2/i_1$ , die Leerlaufspannungsverstärkung  $v_{uL} = u_2/u_1$  ( $i_2 = 0$ ), die Spannungsverstärkung  $v_u = u_2/u_C$  ( $i_2 \neq 0$ ) und den Ausgangswiderstand  $R_a = u_2/i_2$  ( $u_C = 0$ ) der Schaltung formel- und zahlenmäßig. Nutzen Sie bei der Herleitung der Formeln sinnvolle Näherungen.

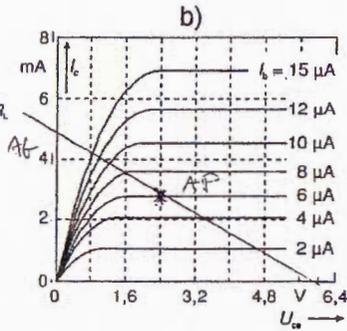
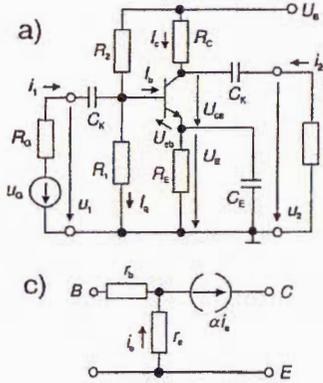


Abb. 3

11 Strich = Teil

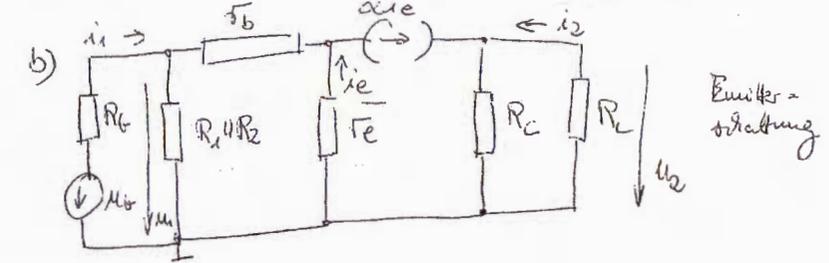
3a) npn-Transistor  $I_C = 2,8\text{ mA}$

$$R_C = \frac{U_B - U_{CE} - U_E}{I_C} = \frac{3\text{ V}}{2,8\text{ mA}} = 1,1\text{ k}\Omega$$

$$R_E = \frac{U_E}{I_C} = \frac{0,5\text{ V}}{2,8\text{ mA}} = 179\text{ }\Omega$$

$$R_1 = \frac{-U_{CB} + U_E}{5I_B} = \frac{1,2\text{ V}}{30\text{ }\mu\text{A}} = 40\text{ k}\Omega$$

$$R_2 = \frac{U_B - (-U_{CB} + U_E)}{6I_B} = \frac{4,8\text{ V}}{36\text{ }\mu\text{A}} = 133\text{ k}\Omega$$

$$I_C (U_{CE}=0) = \frac{U_B}{R_E + R_C} = \frac{6\text{ V}}{1,3\text{ k}\Omega} = 4,6\text{ mA}$$


c)  $R_{B2} = R_1 \parallel R_2 = 31\text{ k}\Omega$

$$u_1 = -i_e r_e + (i_1 - \frac{u_1}{R_{B2}}) r_b \Rightarrow u_1 (1 + \frac{r_b}{R_{B2}}) = -i_e r_e + i_1 r_b$$

$$i_1 = \frac{u_1}{R_{B2}} - (1-\alpha) i_e = \frac{1}{R_{B2}} (-i_e r_e + i_1 r_b) - (1-\alpha) i_e \Rightarrow i_1 (1 - \frac{r_b}{R_{B2}}) = -i_e (\frac{r_e}{R_{B2}} + 1 - \alpha)$$

$$\Rightarrow u_1 = -i_e r_e - i_e (\frac{r_e}{R_{B2}} + 1 - \alpha) r_b = -i_e (r_e + r_b \frac{r_b}{R_{B2}} + r_b (1-\alpha))$$

$$u_2 = \alpha i_e (R_C \parallel R_L) \parallel i_2 = -\alpha i_e \frac{R_C}{R_C + R_L}, \quad R_C \parallel R_L = 0,71\text{ k}\Omega$$

$$R_E = \frac{u_1}{i_1} = \frac{-i_e (r_e + r_b \frac{r_b}{R_{B2}} + r_b (1-\alpha))}{-i_e (\frac{r_e}{R_{B2}} + 1 - \alpha)} = 4,65\text{ k}\Omega; \quad v_i = \frac{i_2}{i_1} = \frac{-\alpha i_e R_C / (R_C + R_L)}{-i_e (\frac{r_e}{R_{B2}} + 1 - \alpha)} = \frac{R_C \parallel R_L}{R_E} = 0,15$$

$$v_{uL} = \frac{u_2}{u_1 |_{i_2=0}} = \frac{\alpha i_e R_C}{-i_e (r_e + r_b (1-\alpha))} = -63,2; \quad v_u = \frac{u_2}{u_C} = \frac{R_C \parallel R_L}{R_C} \frac{R_E}{R_C + R_L} = -40$$

$$R_a = \frac{u_2}{i_2} |_{u_C=0} = R_C = 1,1\text{ k}\Omega; \quad \text{denn } u_C=0 \Rightarrow u_1=0 \Rightarrow i_e=0$$

alternativ:  $u_1 = -i_e (r_e + (1-\alpha) r_b)$

$$i_1 = \frac{u_1}{R_{B2}} - (1-\alpha) i_e = -i_e (\frac{r_e}{R_{B2}} + (1-\alpha) \frac{r_b}{R_{B2}} + (1-\alpha)) = -i_e (\frac{r_e}{R_{B2}} + 1 - \alpha)$$