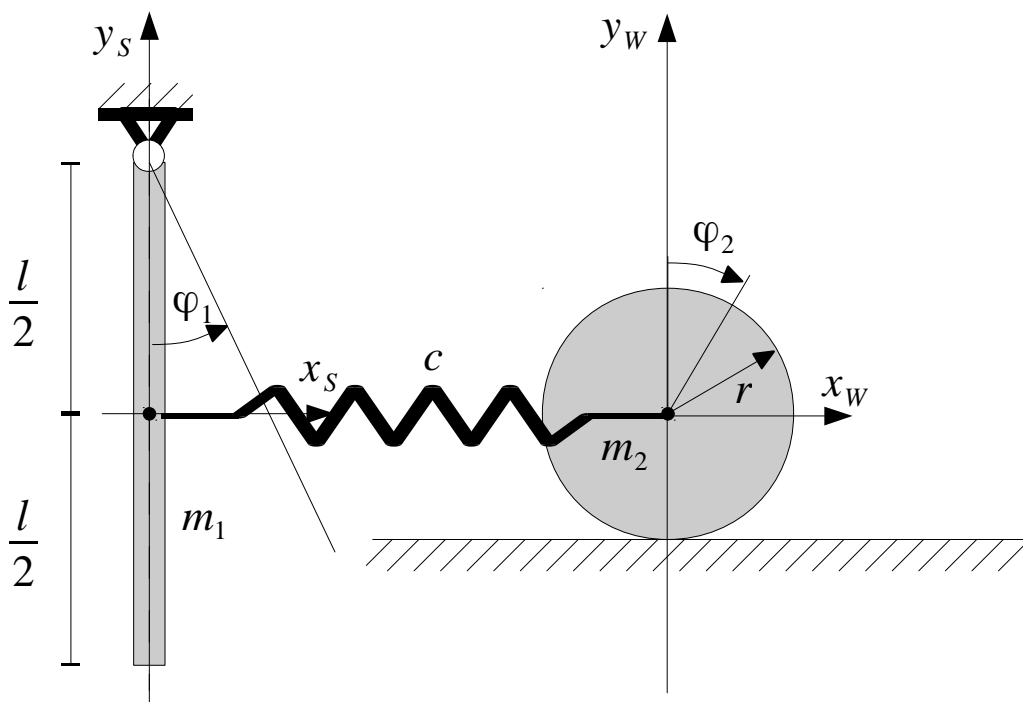


MM 112 Modellierung, Simulation und Optimierung mechatronischer Systeme	Ende SS 2012	Seite 2 / 4
Dauer: 90 Minuten	Maximalpunktzahl: 80	Prof. Dr. K. Lebert

- c) Geben sie nun jeweils eine Differentialgleichung erster Ordnung für jede Zustandsgröße an, so dass gilt:  $\frac{d x_i(t)}{dt} = f(x_1(t), \dots, x_n(t), u_{in}(t)); \quad i=1, \dots, n$  (6P)
- d) Stellen sie ein vollständiges Zustandsraummodell mit den entsprechenden Matrizen und Vektoren auf! (4P)

### Aufgabe 3: Lagrange-Gleichungen zweiter Art (21 P)

Das dargestellte System besteht aus einem homogenen starren Stab (Masse  $m_1$ , Länge  $l$ ) und einer homogenen zylinderförmigen Walze (Masse  $m_2$ , Radius  $r$ )



Beide Systeme sind über eine Feder (Federsteifigkeit  $c$ ) verbunden, die bei den Winkellagen  $\varphi_1=0=\varphi_2$  ungespannt ist. Der Winkel  $\varphi_1$  beschreibt die Auslenkung des Stabes, der Winkel  $\varphi_2$  die Rotation der Walze. Das Gesamtsystem wird unter dem Einfluss der Gravitation  $g$  betrachtet, wobei nur horizontale Auslenkungen der Feder betrachtet werden.

Zur Beschreibung der Bewegung sind die beiden Winkel  $\varphi_1(t)$  und  $\varphi_2(t)$  geeignete verallgemeinerte Koordinaten.

- a) Beschreiben sie die vertikale und horizontale Auslenkung des Stabes und die horizontale Auslenkung der Walze in Abhängigkeit der verallgemeinerten Koordinaten  $\varphi_1(t)$  und  $\varphi_2(t)$ ? (4P)
- b) Geben sie die Trägheitsmomente des Stabes und der Walze bezüglich ihrer Momentanpole in Abhängigkeit von den Massen und der Länge bzw. des Radius an! (2P)
- c) Stellen sie die Gleichung für die potentielle Energie des Systems in Abhängigkeit der verallgemeinerten Koordinaten auf. (3P)

MM 112 Modellierung, Simulation und Optimierung mechatronischer Systeme	Ende SS 2012	Seite 3 / 4
Dauer: 90 Minuten	Maximalpunktzahl: 80	Prof. Dr. K. Lebert

- d) Betrachten sie nun die kinetische Energie dieser Anordnung. Wie lautet diese in Abhängigkeit der verallgemeinerten Koordinaten? (2P)
- e) Kombinieren sie ihre Ergebnisse aus a) bis d) und stellen sie die Lagrangefunktion in Abhängigkeit der verallgemeinerten Koordinaten auf. (2P)

**Anmerkung:**

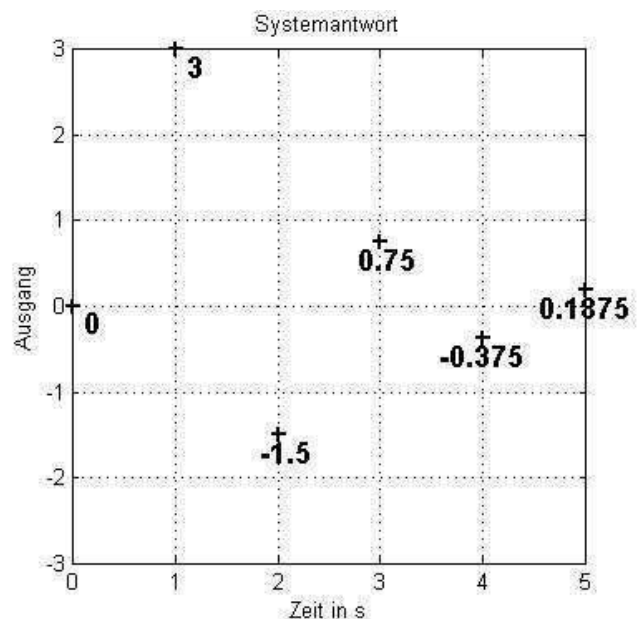
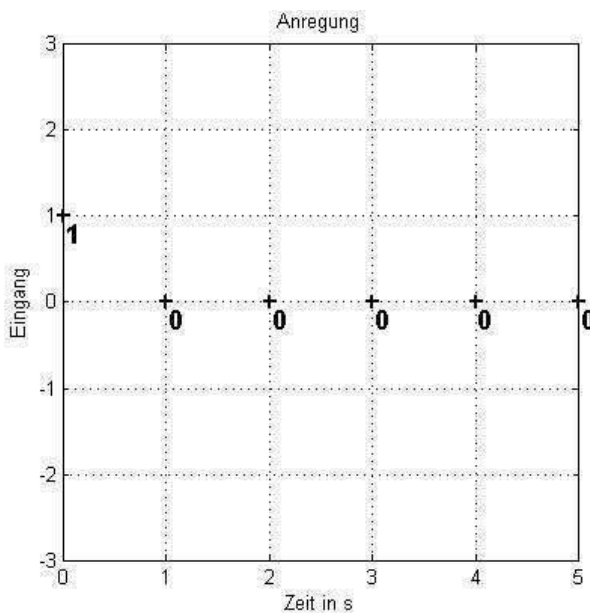
Sollten sie Aufgabenteil e) nicht gelöst haben, so rechnen sie mit folgender Lagrangefunktion weiter:

$$L = \frac{1}{6} m_1 l^2 \cdot \dot{\varphi}_1^2(t) + \frac{3}{4} m_2 r^2 \cdot \dot{\varphi}_2^2(t) - m_1 \cdot g \cdot \frac{l}{2} (1 - \cos \varphi_1(t)) - \frac{1}{2} c \left[ r \cdot \varphi_2(t) - \frac{l}{2} \sin \varphi_1(t) \right]^2$$

- f) Leiten sie aus der Lagrangefunktion die Bewegungsgleichungen für die verallgemeinerten Koordinaten ab. (8P)

**Aufgabe 4: Identifikation eines dynamischen Systems (20P)**

Ihr Lastenaufzug reagiert auf Windböen mit Schwingungen. Um das Verhalten beeinflussen zu können, möchten sie ein Störgrößenmodell identifizieren. Dazu haben sie nach den Abbildungen auf eine impulsförmige Anregung die dargestellte Systemantwort erhalten. Die numerischen Werte sind jeweils eingetragen.



- a) Stellen sie aus den gegebenen Informationen zunächst eine Tabelle mit den Messwerten für Anregung und Systemantwort zu jedem Messzeitpunkt  $k$  auf. (2P)
- b) Die unbekannt Parameter sollen zunächst mit der nichtrekursiven Methode der kleinsten Fehlerquadrate geschätzt werden. Als Modellgleichung nehmen sie eine Differenzgleichung erster Ordnung an  $y(k) + a_1 y(k-1) = b_1 u(k-1)$  ! Stellen sie dafür die notwendigen Matrizen und Vektoren auf! (5P)

Nun soll die rekursive Methode der kleinsten Fehlerquadrate angewendet werden.

- c) Machen sie Vorschläge für die notwendigen Anfangsbedingungen für ihren Parametervektor und ihre Matrix  $P$ . Achten sie dabei auf die richtigen Dimensionen! (3P)