

1.a) Bei diesem Aufbau handelt es sich erst einmal um einen ganz normalen Federschwinger, somit gilt:

$\omega_0 = \sqrt{k/m}$ Bei einer Auslenkung von x ergibt sich nach dem Hookschen Gesetz eine Kraft von: $F = -x * k$

$\Rightarrow a_0 = F/m = \frac{-x * k}{m}$ b) Die beiden Platten bilden in diesem Fall einen Kondensator, welcher dann durch die angelegte Spannung geladen wird. Für Kapazität des Kondensators gilt:

$C = \frac{S}{d_1} * \epsilon_r * \epsilon_0$ Dabei gilt $\epsilon_r = 1$ da sich kein weiteres Dielektrikum außer Luft zwischen den Platten befindet. Da sich die Metallplatte wieder in Ruhe befindet muss die elektrische Kraft durch die Änderung der Federkraft aufgehoben werden, also gilt:

$$F_E = (d_0 - d_1) * k$$

Desweiteren gilt $Q * E = F_E$

Und für E , da es sich zwischen den Platten um ein homogenes Feld handelt

$$E = U/d_1$$

Und für die Ladung des Kondensators gilt:

$$Q = C * U$$

Aus den Gleichung folgt dann:

$$Q = F_E / (U/d_1)$$

$$C * U = F_E * d_1 / U$$

$$C = F_E * d_1 / U^2$$

$$\frac{S}{d_1} * \epsilon_0 = F_E * d_1 / U^2$$

$$S * \epsilon_0 = F_E * d_1^2 / U^2$$

$$U^2 = S * \epsilon_0 = F_E * d_1^2 / (S * \epsilon_0)$$

$$U = \sqrt{\frac{F_E * d_1^2}{S * \epsilon_0}}$$

$$U = \sqrt{\frac{(d_0 - d_1) * k * d_1^2}{S * \epsilon_0}}$$

c) Um die Ausdrücke nicht unnötig zu komplizieren setze ich für U nicht mehr die oben berechnete Formel ein, sondern gebe es in Abhängigkeit von U an. Die Beschleunigung wird ja hier durch die in die Ruhelage zurücktreibende Kraft erzeugt. Ich betrachte dabei ein positives x als Abstandsvergrößerung und ein negatives als Abstandsverkleinerung. Die zurücktreibende Kraft ist dabei die Kraftänderung gegenüber der Ruhelage d_1 . Somit gilt für die Kraft durch die Feder:

$$F_{Feder} = -x * k$$

Bei der elektrischen Kraft verändert sich dann sowohl die Ladung des Kondensators als auch die Feldstärke zwischen den Platten. Dabei gilt:

$$Q_x = C_x * U$$

$$C_x = C * d_1 / (d_1 + x)$$

$$\Rightarrow Q_x = Q * d_1 / (d_1 + x)$$

$$E_x = U / (d_1 + x) = E * d_1 / (d_1 + x)$$

$$F_x = E_x * Q_x$$

$$F_x = E * Q * (d_1 / (d_1 + x))^2$$

$$F_x = E * Q * (d_1^2 / (d_1^2 + 2d_1 * x + x^2))$$

Da es sich um sehr kleine Auslenkungen handelt ist der Term $d_1^2/(d_1^2 + 2d_1 * x + x^2) = 1/(1 + 2x/d + x^2/d^2)$ annähernd 1, das bedeutet, dass man ihn mit $(1 - 2x/d_1 - x^2/d_1^2)$ annähern kann. Desweiteren kann $x^2/d_1^2 \approx 0$ angenommen werden.

$$F_x = E * Q * (1 - 2x/d_1)$$

Für die Kraft in der Gleichgewichtslage gilt: $F_E = E * Q$ Da uns nur die Differenz der beiden Kräfte interessiert, subtrahiert man diese einfach und erhält $F_x - F_E = -E * Q * 2x/d_1$ $F_x - F_E = -(U/d_1) * (C * U) * 2x/d_1$ $F_x - F_E = -(U/d_1) * (S * U * \epsilon_0/d_1) * 2x/d_1$ $F_x - F_E = \frac{-U^2 * S * \epsilon_0 * 2}{d_1^3} * x$ Hier sieht man nun, dass diese Differenz der Kräfte eine Kraft erzeugt die wie bei der Feder linear von der Auslenkung auslenkt. Somit verhält sich das ganze System dann so, als wenn man die Federkonstante verändert hätte. Aus diesem Grund kann auch einfach den Ansatz aus Aufgabenteil a) nutzen. Deshalb lege ich den Defizit jetzt k_2 für diesen Wert

$$k_2 := \frac{-U^2 * S * \epsilon_0 * 2}{d_1^3}$$

Somit gilt für die Beschleunigung: $a = -x * (k + k_2)$

Und für die Kreisfrequenz gilt

$$\omega_1 = \sqrt{(k + k_2)/m}$$

d) Bei dem Aufgabenteil erzeugen der Kondensator und die Spule einen elektrischen Schwingkreis, somit verändert sich die Ladung des Kondensators, was zu einer Veränderung der elektrischen Kraft zwischen den Platten führt. Allerdings verändert die Schwingung auch die Schwingung des elektrischen Schwingkreises, weil sich die Kapazität des Kondensators ändert.

2.a) Da es mit dem System nicht möglich ist, denn Tunnel gleichmäßig zu kühlen, da das Wasser wenn es eine Temperatur von 30°C hat schlechter weitere Wärmeenergie aufnimmt als wenn es 5°C warm ist. Somit ist es in der Mitte des Tunnels immer etwas wärmer. Im Durchschnitt befinden sich immer $33 \text{ min} / 4 \text{ min} = 8,25$ Züge in jeder Röhre, also insgesamt durchschnittlich 16,5 Züge. Diese geben somit eine Energie von $16,5 * 4,5 \text{ MW}$ ab und diese gesamte Energie muss das Wasser aufnehmen und nach außen transportieren.

$$Q/t = 16,5 * 4,5 \text{ MW} = 74,25 \text{ MW} = 74250 \text{ kJ/s}$$

$$\Delta T = 30^\circ\text{C} - 5^\circ\text{C} = 25\text{K}$$

$$25\text{K} * 4,19 \text{ kJ/(kg * K)} * x = 74250 \text{ kJ/s}$$

$$25 * 4,19 / \text{kg} * x = 74250 / \text{s}$$

$$25 * 4,19 / \text{kg} * x = 74250 / \text{s}$$

$$x = 691 \text{ kg/s}$$

Dies ist aber die Rate, welche beide Pumpen zusammen leisten müssen. Somit ergibt sich eine Einzelrate von $\frac{691 \text{ kg/s}}{2} = 345,5 \text{ kg/s}$

b) Man kann sich die nötige Energiemenge erst mal an Hand des theoretischen Carnot-Prozesses überlegen. Dabei wird die Anlage als umgekehrte Wärmepumpe benutzt um das Wasser abzukühlen indem man die Wärme an die Umgebung abgibt. Für deren Leistungszahl ϵ gilt:

$$\epsilon = \frac{T_K}{T_U - T_K}$$

Die zu übertragende Wärmemenge beträgt:

$$Q = (T_U - T_K) * M * 4,19 * \text{kJ/(kg * K)}$$

Somit gilt für die nötige Energie E:

$$E = Q/\epsilon = (T_U - T_K) * M * 4,19 * \text{kJ/(kg * K)} / \left(\frac{T_K}{T_U - T_K} \right)$$

$$E = (T_U - T_K)^2 / T_K * M * 4,19 * \text{kJ/(kg * K)}$$

Das wäre die Energie, die der ideale Carnotprozess benötigen würde, aber da dieser nicht verwirklichtbar ist, wird die benötigte Energie höher sein. Für den Fall, dass $T_U - T_K \ll T_U$ wird der Term $(T_U - T_K)^2 / T_K$ sehr groß, was auch logisch ist, da der Wirkungsgrad des Carnotprozesses dabei annähernd 1 wird, aber die Umkehrung dann entsprechend energetisch ungünstig ist, also viel Arbeit aufgewandt werden muss, desweiteren muss der Wassermenge in diesem Fall eine größere Wärmemenge entzogen werden. c) Hier kann man die oben hergeleitete Formel benutzen und es ergibt sich:

$$E = (T_U - T_K)^2 / T_K * M * 4,19 * \text{kJ/(kg * K)}$$

$$P = E/t = (15\text{K})^2 / (273,15\text{K} + 5\text{K}) * x * 4,19 * \text{kJ/(kg * K)}$$

$$P = (15\text{K})^2 / (273,15\text{K} + 5\text{K}) * 345,5 \text{ kg/s} * 4,19 * \text{kJ/(kg * K)}$$

$$P = 15^2 / 278,15 * 345,5 / \text{s} * 4,19 * \text{kJ}$$

$$P = 15^2 / 278,15 * 345,5 * 4,19 * \text{kJ/s}$$

$$P = 1172 \text{ kJ/s} = 1172 \text{ kW} = 1,172 \text{ MW}$$

Dies gibt allerdings wieder nur die minimal nötige Leistung an, da man den Anteil nicht berechnen kann, der durch andere Faktoren hervorgerufen wurde.

3. Da die Bahnebenen identisch sind, befinden sich die beiden kreisförmigen Bahnen in einer Ebene, dabei hat der äußere Planet eine kleinere Winkelgeschwindigkeit als der innere (3. keplerische Gesetz). Der Beobachter befindet sich auf dem äußeren Planeten, was man daran erkennt, dass es innerhalb einer Periode 2-mal den Winkel 0 gibt, was bei dem inneren nicht der Fall wäre, weil er sich zwar dann mit dem Zentralkörper und dem anderen Planeten auf einer Geraden befinden würde, aber er würde zwischen den beiden stehen und somit würde sich ein Winkel von 180 ergeben und nicht 0. Und es existiert auch von der Sonne aus gesehen eine konstante Winkelgeschwindigkeit zwischen den beiden Planeten. Somit kann man für den ersten Aufgabenteil auch nur betrachten, als wenn sich nur ein Planet der beiden bewegen würde (natürlich mit einer anderen Geschwindigkeit), alles andere könnte durch eine Drehung der Systems aufgehoben werden. Ich betrachte dabei den inneren Planeten als sich bewegenden Planeten a) 1. Variante: Die Dauer einer Periode in dem Diagramm entspricht 4,4 Zeiteinheiten und der von Minima und Maxima in einer Periode 1,2 Zeiteinheiten.

Die Maxima und Minima der Winkelabstände treten genau dann auf, wenn der innere Planet und der äußere Planet auf der gleichen Tangente an der inneren Kreisbahn liegen. Daraus lassen sich folgende Sachen folgern

$$\alpha = 1,2/4,4 * 360^\circ$$

$$\alpha/2 = 49,1^\circ$$

$$\beta = 90^\circ - 49,1^\circ$$

$$\beta = 40,9^\circ$$

$$r/R = \sin(40,9^\circ)$$

$$r : R = 0,654 : 1$$

2. Variante: Man kann auch den Betrag des Anstiegs an den beiden Punkten, wo der Winkelabstand 0 ist schätzen. Das sind in etwa 10 an der Stelle 3,4ZE und 2 an der Stelle 1,2ZE. An diesen beiden Stellen befinden sich die Planeten auf einer Geraden und der Betrag der Relativgeschwindigkeit ist an beiden Stellen gleich, nur die Richtung ist genau entgegengesetzt. Somit sind sie an der Stelle 3,4ZE sehr nah zusammen und an der Stelle 1,2ZE sehr weit entfernt voneinander. Deshalb gilt dann:

$$10/2 = \frac{R+r}{R-r}$$

$$10(R-r) = 2(R+r)$$

$$8R - 8r = 2R + 2r$$

$$8R = 12r$$

$$r : R = 0,666 : 1$$

Die beiden Lösungen stimmen damit auch in etwas überein, die Differenz zwischen den beiden ist dabei durch das ungenaue Ablesen der Werte aus dem Diagramm gekommen. b) Wie schon bei Variante 1 bei Aufgabenteil a) berücksichtigt, tritt der maximale Winkelabstand, genau dann auf, wenn der innere Planet und der äußere Planet auf der gleichen Tangente an der inneren Kreisbahn liegen. Dieser Winkel ist wie bei Aufgabenteil a) schon berechnet 40,9 und im Diagramm ist die maximale Auslenkung 3,6 bzw. -3,6. Somit entspricht eine Einheit auf der vertikalen Achse ungefähr 11,36. c) Zuerst kann man die Umlaufzeiten berechnen. Nach dem 3. keplerischen Gesetz ist die Umlaufzeit

des inneren Planeten kleiner als die der äußeren Planeten. Und innerhalb einer Periode von 4,4 Zeiteinheiten, also 4,4 Jahren bewegt sich der innere Planet genau ein mal h"aufiger um den zentralkörper.

$$4,4a/T_1 - 4,4a/T_2 = 1$$

Desweiteren gilt nach dem 3.keplerischem Gesetz:

$$T_1^2/T_2^2 = (0,66/1)^3$$

$$T_1 = \sqrt{0,287} * T_2$$

$$4,4a/(\sqrt{0,287} * T_2) - 4,4a/T_2 = 1$$

$$8,2a/T_2 - 4,4a/T_2 = 1$$

$$3,8a/T_2 = 1$$

$$T_2 = 3,8a$$

$$T_1 = 2a = 2 * 3,156 * 10^7 s$$

Nun haben sich die Fliehkraft und die Gravitationskraft gegenseitig auf, deshalb

$$\text{gilt } m * M * G/r^2 = m * \frac{4\pi^2 * r}{T^2}$$

$$M * G/r^2 = \frac{4\pi^2 * r}{T^2}$$

$$M * G * T^2 = 4\pi^2 * r^3$$

$$4\pi^2 * M * G * T^2 = r^3$$

$$\sqrt[3]{M * G * T^2 / (4\pi^2)} = r$$

$$r = 2,38 * 10^1 m$$

$$R = 3/2 * r = 3,56 * 10^1 m$$

Somit betragen die Bahnradien $2,38 * 10^1 m$ und $3,56 * 10^1 m$

Protokoll
Trägheitsmoment eines Rades

Aufgabe: Bestimmen sie experimentell das Trägheitsmoment eines Fahrrad-Vorderrades.

Vorbetrachtung:

Schwingungsdauer eines physischen Pendels:

$$T = 2\pi * \sqrt{J_2 / (m * g * a)}$$

T=Schwingungsdauer

J_2 =Trägheitsmoment

m=Masse des Rades

a=Abstand Drehachse zum Schwerpunkt des Rades

Dabei ist es allerdings das Trägheitsmoment von dem Drehpunkt, nach dem Satz von Steiner gilt dann für das Trägheitsmoment um den Schwerpunkt des Rades. $J = J_2 - m * a^2$

Versuchsaufbau:

Geräte/Hilfsmittel: Rad, Lineal, Schnur, Metallstange, Waage, Stoppuhr, 2 Stühle

Bei dem Aufbau habe ich 2 sehr dünne Fäden genommen um eine möglichst geringe Masseänderung zu haben und habe sie an beiden Seiten angebunden, so dass das Rad so schwingt, dass sich die Schwingungsebene kaum ändert auch habe ich die Schnüre möglichst kurz gewählt, damit keine zu großen Aufweichungen auftreten. Als Aufhängung diente ein sehr stabiler Stab damit man einem möglichst festen Aufhängepunkt erhält. Durchführung:

Zuerst wiegt man das Rad mithilfe der Waage:

m=1915g Nun baut man den Versuchsaufbau auf und lenkt anschließend das Rad aus und misst dann die Dauer für 10 Schwingungen diesen Vorgang wiederholt man mit möglichst kleinen Auslenkungen

$$t_1 = 16,54s$$

$$t_2 = 16,84s$$

$$t_3 = 16,59s$$

$$t_4 = 16,60s$$

$$t_5 = 16,56s$$

$$\bar{t} = 16,63s$$

$$a = 53,5cm$$

Auswertung:

$$T = \bar{t} / 10 = 1,663s$$

$$T = 2\pi * \sqrt{J_2 / (m * g * a)} = 1,663s$$

$$J_2 = (1,663s * \sqrt{m * g * a} / (2\pi))^2$$

$$J_2 = 0,704kg * m^2$$

$$J = J_2 - m * a^2$$

$$J = 0,156kg * m^2 \text{ Fehler:}$$

systematische Fehler:

falsche Schwingungsdauer aufgrund zu großer Auslenkung

Luftwiderstand

Eigenschwingung des Stabes

statistische Fehler: Reaktionszeit beim Messen der Zeit

ungenau ablesen

Schwingungsebene verändert sich bei der Schwingung leicht