

Physik I

Georg-August-Universität Göttingen
Prof. Dr. K. Bahr / Prof. Dr. K.-H. Rehren / PD Dr. H. Schanz
www.theorie.physik.uni-goettingen.de/lehre/Uebungen/Physik-I/0506/

WS 2005/06



Abgabe: 21. 11. 2005

Übungsblatt 5

1. Aufgabe

Populationsdynamik

- (a) Die Population der Pinselpinguine verändere sich nach dem Gesetz (4 Pkt.)

$$\dot{N}(t) = \alpha N - \beta N^2$$

(für kleine N dominiert der Zuwachs αN , für große N dominiert der Rückgang $-\beta N^2$, etwa aufgrund von Platz- oder Nahrungsmangel). Bestimmen Sie $N(t)$ mit $N(0) = N_0$.

Hinweis: Verwenden Sie die "Partialbruch-Zerlegung"

$$\frac{\alpha}{N(\alpha - \beta N)} = \frac{1}{N} + \frac{\beta}{\alpha - \beta N}.$$

- (b) Stellt sich ein Gleichgewicht ein? (2 Pkt.)

2. Aufgabe

Konservative Kräfte

- (a) Begründen Sie, warum die folgenden Kräfte konservativ sind: 2 Pkt.

$$\vec{F}_1(\vec{r}) = -a \cdot (y^2 \cdot \vec{e}_x + 2xy \cdot \vec{e}_y), \quad \vec{F}_2(\vec{r}) = b \cdot e^{-r^2/R^2} \cdot \vec{r}.$$

- (b) Finden Sie die zugehörigen Potentiale (mit $V(0) = 0$). 2 Pkt.

Hinweis: Überlegen Sie sich bei \vec{F}_2 zunächst die Gestalt der Äquipotentialflächen. Was sagt Ihnen das über die gesuchte Funktion $V(\vec{r})$?

- (c) Mit welcher Anfangsgeschwindigkeit (nur der Betrag!) muss ein Massenpunkt bei $\vec{r} = 0$ losgelassen werden, damit er den Punkt $\vec{r} = R\vec{e}_x + R\vec{e}_y$ mit Geschwindigkeit 0 passieren kann? 1 Pkt.

3. Aufgabe

Ein Beispiel zum Schwerpunktsatz (3 Pkt.)

Wir betrachten einen zentralen elastischen Stoß zwischen zwei unterschiedlichen Massen, von denen eine vor dem Stoß in Ruhe ist. Zeigen Sie, dass die Geschwindigkeit des Schwerpunktes des aus

diesen beiden Massen bestehenden Systems vor und nach dem Stoß die gleiche ist.

Hinweis: Der Schwerpunkt eines Systems von n Teilchen mit Massen m_i und Ortsvektoren \vec{r}_i ist

$$\vec{r}_s = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} .$$

4. Aufgabe

(3 Pkt. pro Teilaufgabe)

- (a) Wir betrachten einen würfelförmigen Kasten der Kantenlänge d , in dem sich drei gleiche Kugeln der Masse m mit vom Betrage her gleichen Geschwindigkeiten v parallel zu drei zueinander senkrechten Kanten des Würfels bewegen. Dabei sollen die Kugeln nicht miteinander wechselwirken, sondern nur mit den Wandflächen des Würfels elastisch stoßen. Durch diese in gleichen Zeitintervallen Δt erfolgenden Stöße üben die Kugeln einen Druck (Kraft pro Fläche) auf die Wände aus. Anstelle des eigentlich infinitesimal kurzen Kraftstoßes sollen Sie den Impulsübertrag auf die Zeit Δt verteilen, d.h. die mittlere Kraft ist $\Delta p / \Delta t$. Geben Sie eine Formel für den Druck in Abhängigkeit von d , m und v an.
- (b) Anstelle dreier makroskopischer Kugeln benutzen wir jetzt einatomige Moleküle, von denen jedes die kinetische Energie $\frac{3}{2}kT$ haben soll, dabei ist $k = 1.38 \times 10^{-23} J/K$ die Boltzmann-Konstante und T die absolute Temperatur; wir wählen $T = 300K$. Wir nehmen vereinfachend an, dass die Bahnen der Moleküle denen der oben erwähnten Kugeln entsprechen, d.h. wir können die unter (a) gefundene Formel für den Druck verwenden.
Wieviele dieser Moleküle müssen in einem Würfel der Kantenlänge $d = 1m$ vorhanden sein, damit der von ihnen auf die Wände des Würfels ausgeübte Druck wirklich dem normalen Atmosphärendruck, $10^5 N/m^2$, entspricht?
- (c) *Zusatzaufgabe* (1 Pkt.)
Überprüfen Sie Ihr Ergebnis für (b) anhand der Avogadro-Konstante und des Molvolumens.