

4.6 Gravity-Assist- oder Swingby-Manöver

Unter dem angelsächsischen Begriff „Gravity-Assist“ versteht man ein interplanetares Manöver, bei dem der Raumflugkörper mit einem Planeten oder Himmelskörper in Wechselwirkung tritt und dadurch eine Änderung seiner kinetischen Energie relativ zur Sonne erfährt. Dieses Manöver ist in der Literatur auch unter den Namen „Swingby“, „Planet Flyby“ und „Planetary Attraction“ bekannt.

4.6.1 Zur Entwicklung der Gravity-Assist-Technologie

Bis 1961 wurde die Hohmann-Transferbahn, die Walter Hohmann 1925 entdeckt hatte, als das antriebsbedarfsgünstigste Manöver zum Erreichen eines anderen Planeten angesehen. Diese Transferbahn ist eine Halbellipse, die die Umlaufbahnen von Ausgangs- und Zielplanet verbindet, ähnlich wie die Hohmann-Bahn für Satelliten im Erdgravitationsfeld den Transfer vom Ausgangs- zum Zielorbit beschreibt. Mögliche Gravitationseinflüsse von dritten Planeten wurden dabei als störend empfunden, und es war geplant, diese durch Raketenantrieb zu kompensieren. Der Nachteil einer Hohmann-Transferbahn besteht im relativ hohen Antriebsbedarf und vor allem in der langen Reisezeit. So benötigt ein Raumflugkörper für den Flug zum Neptun auf einer Hohmann-Bahn etwa 31 Jahre, zum Pluto über 45 Jahre.

Im Jahre 1961 führte dann ein Mathematikstudent in Kalifornien die erste numerische Berechnung des so genannten „Drei-Körper-Problems“ durch. Dabei geht es um den Einfluss eines Planeten auf die Bahn eines Raumflugkörpers im Sonnengravitationsfeld. Durch diese Berechnung wurde entdeckt, dass beim Vorbeiflug an einem Planeten Energie zwischen Raumflugkörper und Planet ausgetauscht werden. Je nach Flugbahn lässt sich dieser Effekt zur gezielten Richtungsänderung und zur Beschleunigung ausnutzen („Gravity Propulsion“). Sogar Satelliten, die im Orbit der Erde operieren, können durch Wechselwirkung mit dem Mond („Lunar-Swingby“) die Inklination ihrer Umlaufbahn mit vergleichsweise geringem Antriebsbedarf ändern. Damit war das Konzept des Gravity-Assist-Manövers geboren, das dann erstmals 1962 beim Vorbeiflug an der Venus mit Mariner 2, der ersten Sonde zu einem anderen Planeten, überprüft wurde. Zum Erreichen eines weiteren Planeten wurde das Manöver erstmals mit Mariner 10 durchgeführt (gestartet am 03.11.1973, Venus-Swingby am 05.02.1974, Zielplanet Merkur erstmals erreicht am 29.03.1974).

4.6.2 Übergang vom heliozentrischen ins planetenfeste System

In Abb. 4.28 ist dargestellt, wie ein Raumflugkörper das Gravitationsfeld der Erde mit der Geschwindigkeit v_1 relativ zur Sonne verlässt. Alle hier betrachteten Bahnen liegen in einer gemeinsamen Ebene. Während des Fluges zum Gravity-Assist-Planeten entlang einer heliozentrischen Bahn sollen die Kraftfelder der Planeten vernachlässigbar sein. Der Radius r_E der Einflussosphäre wird so groß ge-

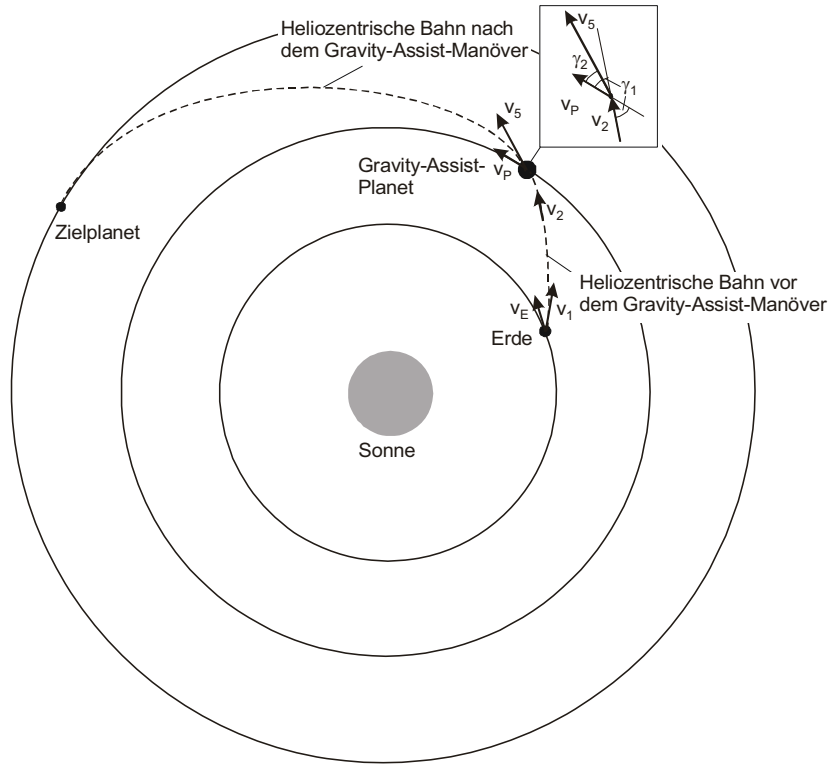


Abb. 4.28. Gravity-Assist-Flugbahn im heliozentrischen System.

wählt, dass am Rande dieser Sphäre der Absolutbetrag der Anziehungskraft des Gravity-Assist-Planeten gleich der Anziehungskraft der Sonne ist (r_P ist der Abstand Sonne-Planet)

$$\frac{r_E}{r_P} = \left(\frac{M_P}{M_S} \right)^{\frac{1}{2}} . \quad (4.106)$$

Für den Jupiter zum Beispiel ist r_E/r_P etwa $1/33$. Am Rande der Einflussosphäre angekommen, besitzt der Raumflugkörper die heliozentrische Geschwindigkeit v_2 im Winkel γ_1 zur Bahn des Gravity-Assist-Planeten. Jetzt, am Punkt E in Abb. 4.29, wird die Betrachtungsweise auf das planetenfeste Bezugssystem umgeschaltet. Der Raumflugkörper hat nun die Geschwindigkeit

$$\vec{v}_3 = \vec{v}_2 - \vec{v}_P . \quad (4.107)$$

Den Betrag von \vec{v}_3 liefert der Kosinussatz:

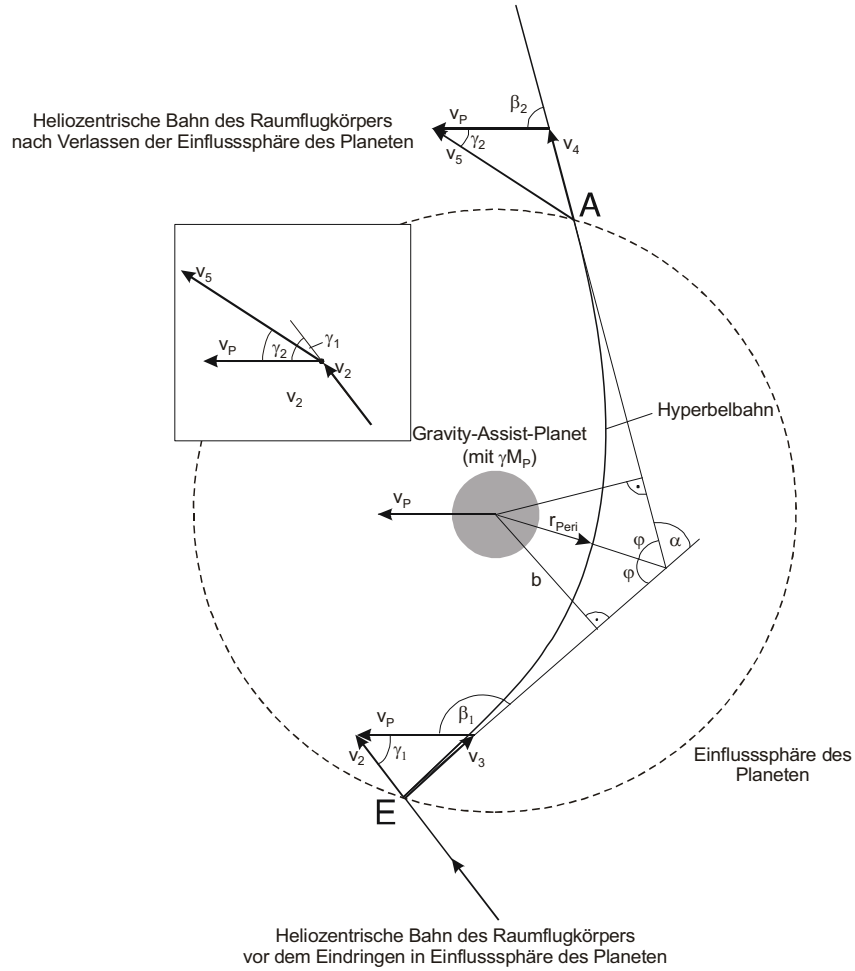


Abb. 4.29. Gravity-Assist-Flugbahn im planetenfesten System.

$$v_3^2 = v_2^2 + v_P^2 - 2v_2v_P \cos \gamma_1 \quad (4.108)$$

Der Vorbeiflug des Raumflugkörpers am Planeten erfolgt auf einer Hyperbelbahn. Zur Berechnung dieser Bahn können die Punkte E und A als unendlich weit vom Planeten entfernt angenommen werden. Außerdem wird der Einfluss der Sonne auf Planet und Raumflugkörper für die Zeit des Vorbeifluges vernachlässigt, so dass das Planetengravitationsfeld für den Raumflugkörper ein ruhendes, zentrales Kraftfeld darstellt.

Aus der Energieerhaltung für dieses Zentralfeld folgt, dass die Geschwindigkeitsbeträge beim Eintritt (E) und Austritt (A) identisch sind, d. h.

$$v_3 = v_4 \quad . \quad (4.109)$$

Nach dem Verlassen der Gravitationssphäre des Planeten (Punkt A) wird wieder vom planetenfesten (\vec{v}_4) ins heliozentrische System (\vec{v}_5) transformiert:

$$\vec{v}_5 = \vec{v}_4 + \vec{v}_P \quad . \quad (4.110)$$

Für den Betrag von \vec{v}_5 ergibt sich unter Verwendung von Gl. (4.109) (Abb. 4.29)

$$v_5^2 = v_4^2 + v_P^2 - 2v_4 v_P \cos(180^\circ - \beta_2) = v_3^2 + v_P^2 + 2v_3 v_P \cos\beta_2 \quad . \quad (4.111)$$

4.6.3 Berechnung der Geschwindigkeitsänderung

Es stellt sich nun die Frage wie groß v_5 im Vergleich zur Geschwindigkeit v_2 vor dem Manöver ist. Gegeben sind zunächst

- Planetenmasse M_P ,
- Bahngeschwindigkeit des Planeten v_P ,
- Anflugbedingungen: $v_2, \gamma_1 \rightarrow v_3$ nach Gl. (4.108)

Außerdem soll die geringste Distanz, der „Perizentrumsabstand“ r_{Peri} , zwischen Raumflugkörper und Planet vorgegeben sein. Aus diesen Größen soll nun v_5 berechnet werden. Wie Gl. (4.111) zeigt, fehlt zuerst dazu $\cos\beta_2$. Aus geometrischen Überlegungen folgt

$$\beta_2 = \beta_1 - \alpha = \beta_1 + 2\phi - 180^\circ \quad , \quad (4.112)$$

$$\text{und} \quad \cos\beta_2 = \cos\beta_1 (1 - 2\cos^2\phi) + 2\cos\phi \sqrt{1 - \cos^2\phi} \sqrt{1 - \cos^2\beta_1} \quad . \quad (4.113)$$

In diese Gleichung wird $\cos\beta_1$ aus dem Dreieck v_2 – v_3 – v_P eingesetzt

$$\cos\beta_1 = \frac{v_2^2 - v_P^2 - v_3^2}{2v_P v_3} \quad . \quad (4.114)$$

Die Größe $\cos\phi$ folgt aus der Hyperbelgleichung für die Raumflugkörper-Bahn (s. Abb. 4.30):

$$\cos\phi = \frac{1}{1 + \frac{r_{\text{Peri}}}{\mu_P} v_3^2} \quad . \quad (4.115)$$

Wenn jetzt $\cos\beta_1$ und $\cos\phi$ in Gl. (4.113) und das resultierende $\cos\beta_2$ in Gl. (4.111) eingesetzt werden, ergibt sich schließlich

Polarkoordinatendarstellung der Flugbahn

$$r(\theta) = \frac{a(e^2 - 1)}{1 + e \cos \theta} ,$$

$$e = \sqrt{1 + \frac{2h^2}{\mu_P^2} \varepsilon_0} ; \varepsilon_0 = \frac{v_3^2}{2} .$$

Der massenspezifische Drehimpuls h ist

$$h = b v_3 = r_{\text{Peri}} v_{\text{max}} .$$

Am Rand der Planeteneinflussosphäre geht $r \rightarrow \infty$ und $\theta \rightarrow 180^\circ - \phi$. Es ergibt sich

$$\cos(180^\circ - \phi) = -\frac{1}{e} \Rightarrow \cos \phi = \frac{1}{e} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{b^2 v_3^4}{\mu_P^2}}} .$$

Aus der Vis-Viva-Gleichung folgt dann

$$\frac{v_3^2}{2} = \frac{v_{\text{max}}^2}{2} - \frac{\mu_P}{r_{\text{Peri}}} = \frac{b^2 v_3^2}{2 r_{\text{Peri}}^2} - \frac{\mu_P}{r_{\text{Peri}}} ,$$

Durch Einsetzen kann b eliminiert werden und man erhält:

$$\cos \phi = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{r_{\text{Peri}}^2 v_3^4}{\mu_P^2} + 2 \frac{r_{\text{Peri}} v_3^2}{\mu_P}}} = \frac{1}{\left(1 + \frac{r_{\text{Peri}} v_3^2}{\mu_P}\right)} .$$

Abb. 4.30. Berechnung von $\cos \phi$ aus der Hyperbelgleichung.

$$v_5^2 = v_2^2 - 2 \frac{k_1}{k_2^2} + \frac{4 v_3 v_P}{k_2} \sqrt{1 - \frac{1}{k_2^2}} \sqrt{1 - \left(\frac{k_1}{2 v_P v_3}\right)^2}$$

$$k_1 = v_2^2 - v_P^2 - v_3^2 , \quad (4.116)$$

$$k_2 = 1 + \frac{r_{\text{Peri}}}{\mu_P} v_3^2$$

mit dem Winkel γ_2 , unter dem der Raumflugkörper seinen Flug im heliozentrischen System fortsetzt

$$\cos \gamma_2 = \frac{v_5^2 + v_P^2 - v_4^2}{2 v_P v_5} . \quad (4.117)$$