

$$U_{ind} = -N \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Phi = A \cdot B$$

$$A = \text{const.}$$

$$B = \mu \cdot \frac{N}{l} \cdot \frac{U_X}{R}$$

U_X ist hier die an der Spule anliegende Spannung. Das Oszilloskop zeigt, dass sich U_X wie eine beschränktes Wachstum verhält:

$$U_X = U_0 \cdot \left(1 - e^{-k \cdot t}\right)$$

Diese Funktion ist eine Vermutung und lässt sich durch das Lösen einer DGL 1. Ordnung:

$$\dot{f} = k \cdot (S - f)$$

Mit $f = S(1 - e^{-k \cdot t})$ lösen. Um diese DGL zu erhalten muss man jedoch erst die Induktionsspannung in Verbindung zur angezeigten Spannung setzen. Die Induktionsspannung schwächt die Quellenspannung so ab, dass nur noch die angezeigte anliegt:

$$U_0 + U_{ind} = U_X$$

Setzt man nun U_{ind} ein:

$$U_{ind} = -N \dot{\Phi} = -N \cdot A \cdot \dot{B} = -\mu N^2 \frac{A}{l} \cdot \dot{I} = -\mu N^2 \frac{A}{l} \cdot \frac{\dot{U}_X}{R}$$

Es sei zur Vereinfachung

$$\beta = \mu \frac{A N^2}{l R}$$

Setzt man nun in obige Gleichung U_X und U_{ind} ein:

$$\begin{aligned} U_0 - \beta \cdot \dot{U}_X &= U_X \\ -\beta \cdot \dot{U}_X &= -U_0 + U_X \\ \dot{U}_X &= \frac{1}{\beta} (U_0 - U_X) \end{aligned}$$

Somit ist k gleich dem Kehrwert von β ; die Sättigungsgrenze S ist U_0 . In der Literatur wird β als Verhältnis von Induktivität zu Widerstand angegeben; dies sollte eigentlich im Unterricht schon geschehen sein.

$$\beta \longrightarrow \tau = \frac{L}{R}$$

Sodass

$$\begin{aligned} U_X &= U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \\ U_X &= U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{L} t}\right) \end{aligned}$$