

## 2.4 Arbeit und Energie

### 2.4.1 Arbeit

Wenn ein Körper der Masse  $m$  horizontal unter idealen Bedingungen von Punkt A nach B bewegt werden soll, so ist hierzu nur anfangs ein in Bewegung setzender Vorgang nötig. Anschließend bewegt sich der Körper, der Massenträgheit folgend, geradlinig gleichförmig weiter.

Masse  $m$



auf ewig und immer ...

Soll nun dagegen dieser Körper vertikal nach oben bewegt werden, so muss über die gesamte Strecke von Punkt A nach B die Gewichtskraft (als Gegenkraft nach oben gerichtet) aufgebracht werden. Die Ursache beruht darin, dass nunmehr eine Bewegung auf gleicher Wirkungsline wie die Erdanziehung (-beschleunigung) erfolgt. Es wird also Arbeit verrichtet:

|                   |                                       |                                                                                      |
|-------------------|---------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| $W = F_s \cdot s$ | Arbeit = Kraft (in Wegrichtung) * Weg | Einheit:<br>$[W] = 1\text{Nm} = 1 \frac{\text{kgm}^2}{\text{sec}^2} = 1\text{Joule}$ |
|-------------------|---------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|

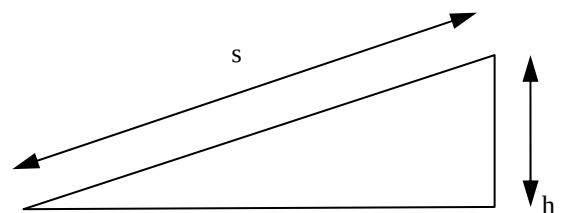
Bei der horizontalen Bewegung wird unter idealen Bedingungen keine Arbeit verrichtet, da die Bewegungsrichtung und die Erdbeschleunigung orthogonal zueinander stehen (Superpositionsprinzip).  
Liegt eine vertikale Bewegung vor, so spricht man auch von Hubarbeit:

|                   |                                  |                                                                                      |
|-------------------|----------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| $W = F_G \cdot h$ | Hubarbeit = Gewichtskraft * Höhe | Einheit:<br>$[W] = 1\text{Nm} = 1 \frac{\text{kgm}^2}{\text{sec}^2} = 1\text{Joule}$ |
|-------------------|----------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|

Es gilt nun: Die verrichtete Arbeit zum Höhengewinn ist unabhängig vom gewählten Weg. Dies kann bei der Betrachtung der Kräfte an einer Rampe genutzt werden.

$$W = F_G \cdot h = F_s \cdot s$$

$$\Leftrightarrow F_s = F_G \frac{h}{s} = H \equiv \text{Hangabtriebskraft}$$



Aus dem Begriff der Arbeit lässt sich der Leistungsbegriff als Normierung der Zeit ableiten:

|                   |                                                |                                                                                                     |
|-------------------|------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $P = \frac{W}{t}$ | Leistung = $\frac{\text{Arbeit}}{\text{Zeit}}$ | Einheit:<br>$[P] = 1\text{W(att)} = 1 \frac{\text{Nm}}{\text{sec}} = 1 \frac{\text{J}}{\text{sec}}$ |
|-------------------|------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|

|           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 241U1     | Übung                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| Aufgabe 1 | <p>Ein Esel zieht einen 140kg schweren Karren von Pontresina/Schweiz (1800m) zur Coazhütte (2640m) hoch.<br/>Die Strecke beträgt 14km. Die Esel benötigt 5 Stunden.</p> <p>a) Welche Arbeit muß der Esel hierbei für den Höhengewinn des Karren verrichten ?<br/>b) Wie groß ist die Hangabtriebskraft des Karren ?<br/>c) Welche Leistung wendet der Esel für den Karren auf ?</p> |

### 2.4.2 Energieformen und Energieerhaltung

Wenn ein Körper durch Hubarbeit eine Höhe gewonnen hat, so hat er dies in **Lageenergie** gespeichert. Diese kann durch die Hubarbeit direkt beschrieben werden:

$$W_H = F_G \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

Somit gilt:

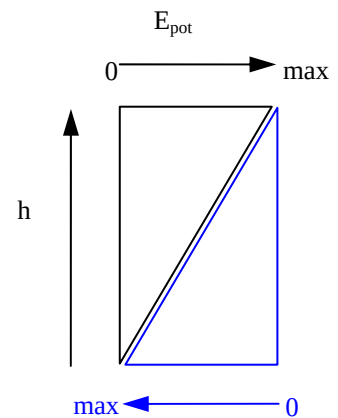
|                                      |                                                      |                                                      |
|--------------------------------------|------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| $E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$ | Potentielle Energie=Masse * Erdbeschleunigung * Höhe | Einheit: $[E_{\text{pot}}] = 1\text{Nm} = 1\text{J}$ |
|--------------------------------------|------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|

Wenn der Körper nun durch den freien Fall diese Höhe wieder verliert, so wird die potentielle (Lage-) Energie in Bewegungsenergie umgewandelt.

In dem Maße, wie der Körper Höhe verliert, wird die potentielle Energie in **kinetische** umgewandelt. Die rechtsstehende Darstellung soll dies verdeutlichen.

Es gilt:

$$E = \text{const} = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}}$$



Grundlage hierfür ist eine fundamentale Erkenntnis der Physik:

|                                                                                                                       |                  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| Energieerhaltung                                                                                                      | $E_{\text{kin}}$ |
| In einem abgeschlossenen System ist die Energiemenge konstant. Sie erfährt lediglich eine Wandlung der Energieformen. |                  |

Auf der Basis dieser Erkenntnis kann nach der Definitionsgleichung für die **kinetische Energie** geforscht werden:

$$\text{Demnach gilt: } E_{\text{pot}} = mgh = E_{\text{kin}} \quad (1)$$

$$\text{Mit } a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} \quad \text{gilt auch: } g = \frac{v^2 - v_0^2}{2h} = \frac{v^2}{2h} \quad (2) \quad v_0 = 0$$

Setze (2) in (1) ein:

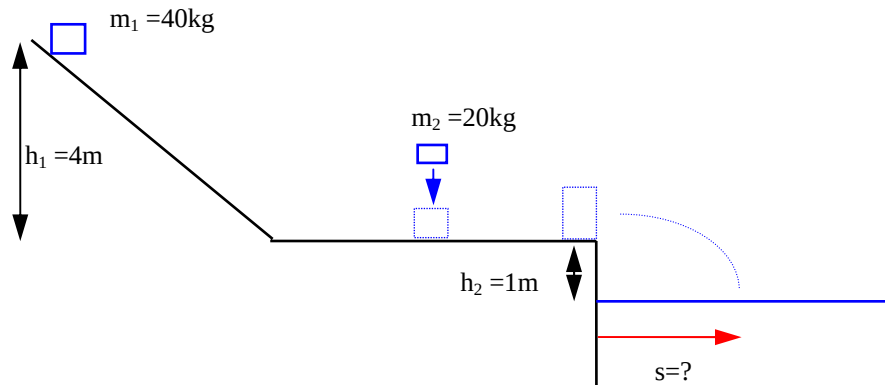
$$E_{\text{kin}} = mgh = m \frac{v^2}{2h} h = \frac{1}{2} mv^2$$

Diese **deduktive Herleitung** ergibt:

|                                            |                                                                 |                                                      |
|--------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ | kinetische Energie=1/2 * Masse * (Geschwindigkeit) <sup>2</sup> | Einheit: $[E_{\text{kin}}] = 1\text{Nm} = 1\text{J}$ |
|--------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|

## 242U1 Übung

Aufgabe 1 Ein Kind  $m_1$  rutscht ideal eine Rampe hinunter und wird ideal in die horizontale Bewegung umgelenkt. Hier landet nun ein Kind  $m_2$  auf dem Schoß und beide rutschen weiter in ein Wasserbecken. Wie weit ist der Eintauchpunkt vom Beckenrand entfernt ?



Aufgabe 2 Zwei Kinder  $m_1$  und  $m_2$  rutschen eine Rampe ideal hinunter und werden in die horizontale Ebene umgelenkt. Hier springt Kind  $m_2$  mit der relativen Geschwindigkeit  $-v$  nach hinten ab. Kind  $m_1$  rutscht zur Kante weiter und landet auf der geeignet positionierten Wippe, die nur vertikale Bewegungen aufnehmen und auf die andere Seite weitergeben kann. Hier sitzt das Kind  $m_3$ , welches durch den Aufprall vertikal nach oben geschleudert wird. Ermittle die gesuchten Größen !

