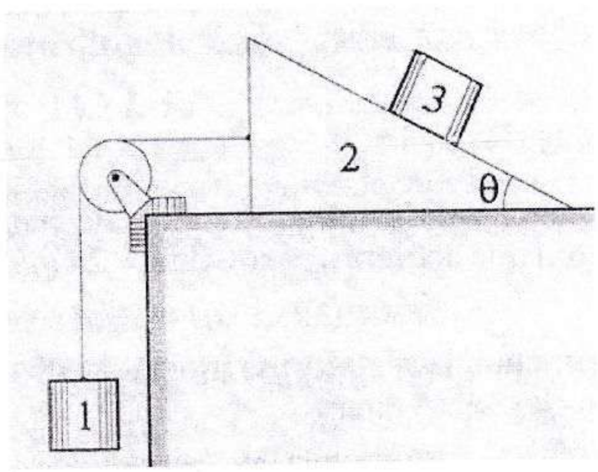
A2

Wir

Aufgabe 2. Kräftegleichgewicht und Winkelgeschwindigkeit
Bestimmen Sie die Beschleunigung vom Klotz 3 (siehe dazu Abbildung 2.1). Vernachlässigen Sie dafür
die Reibung. Rollenmasse und Seilmasse sind auch vernachlässigbar.
$m_1 = 15\ kg$, $m_2 = 50\ kg$, $m_3 = 10\ kg$, $\theta = 37°$.
Hinweis: Setzen Sie für $g = 10\ m/s^2$ ein, $sin 37° = 3/5$; $cos 37° = 8/10$.
Abbildung 2.1: Massen m_1, m_2, m_3 am Seil.



bestimmen die Beschleunigung B des Keils und die Beschleunigung b des Klotzes im Laborsystem.

Die Bewegung beginnt zum Zeitpunkt t = 0 Sekunden aus dem Stillstand in einem kartesischen Koordinatensystem.

Die Position des Keils zu Beginn sei durch das Dreieck
(0/0), (13,33333/0),(0/10) gegeben.
Der Schwerpunkt S des Klotzes liegt zu Beginn bei (0/10).

Für nicht zu großes t > 0 liegt der Schwerpunkt des Klotzes innerhalb des Dreiecks (0/0), (13,33333/0),(0/10) .

Ziel: Aufstellen einer Funktion
Delta((x|y), t) = Ekin((x|y),t,m3) + Ekin((x|y),t,m1+m2)
- Epot((x|y),t,m3) – Epot((x|y),t,m1) ,

deren Nullstelle den tatsächlichen Ort des Schwerpunkts S zum Zeitpunkt t ergibt.

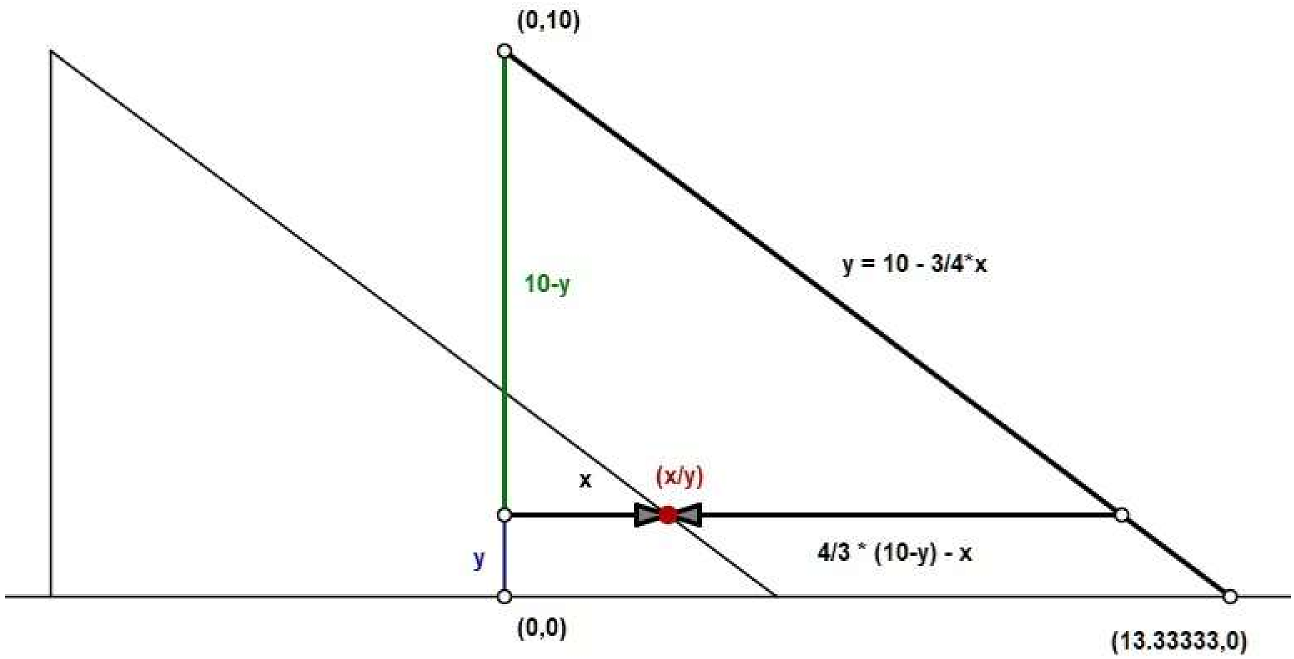
Benennungen:

B Beschleunigung des Keils in negative x-Richtung und von m1 in negative y-Richtung.

Beschleunigung des Klotzes in positive x-Richtung **bx** ,
in negative y-Richtung **by , b** Beschleunigung des Klotzes als Resultierende von bx und by.

Einige Gleichungen:

Der Schwerpunkt des Klotzes befinde sich zum Zeitpunkt t bei (x/y), auf der verschobenen schiefen Ebene.



In x-Richtung hätte er sich um die Strecke x bewegt. Der Keil hätte sich dann um
$4/3 * (10 – y) – x$ in negativer x-Richtung bewegt.

Aus $x = ½ * bx * t^2$ erhalten wir **$bx = 2*x /t^2$** .
Aus $4/3 * (10 – y) – x = ½ * B * t^2$ folgt **$B = (8/3 (10 – y) – 2x) / t^2$**

Die Beschleunigung by des Gleitkörpers in negative y-Richtung erhalten wir aus
$(10-y)/x = by/bx$ zu
$by = (10-y)*bx /x$, bzw. **$by = (10-y)*2/t^2$**

Für das Quadrat des Betrages des Beschleunigungsvektors des Gleitkörpers gilt
$b^2 =$ $bx^2 + by^2 = bx^2 * (1 + (10-.y)^2/ x^2) =$ **$(2*x /t^2)^2 * (1 + (10 -y)^2/ x^2)$**

EK = Ekin((x|y),t,m3) + Ekin((x|y),t,m1+m2) =
$\frac{1}{2} * m^3 * (2*x /t^2)^2 * (1 + (10-y)^2/ x^2) *t^2 + \frac{1}{2} * (m1+m2)*((8/3 (10 – y) – 2x) / t^2)^2 * t^2$
$EK = (5*4*x^2 / t^2) * (1 + (10-y)^2/ x^2) + (65/2) * (8/3 (10 – y) – 2x)^2 / t^2$
EP = Epot((x|y),t,m3) + Epot((x|y),t,m1) =
$EP = 10*10*(10-y)+ 15*10*(4/3 * (10 – y) – x)$
Delta((x|y), t) = EK – EP

Delta((x|y), t) =
$(20*x^2 / t^2) * (1 + (10-y)^2/ x^2) + (65/2) * (8/3 (10 – y) – 2x)^2 / t^2$
$-100*(10-y) \quad - 150*(4/3 * (10 – y) – x)$

Spezialisierung für t = 1

t1 = 1
Delta((x|y), 1) = $(20*x^2) * (1 + (10-y)^2/ x^2) + (65/2) * (8/3 (10 – y) – 2x)^2 -100*(10-y)- 150*(4/3 * (10 – y) – x)$

Nullstellensuche, bzw, Suche nach einem wenig von 0 abweichenden Wert, ergab bei mir
Für t = 1 löst (x/y) = (1,27596 | 7,85104)

<u>Rückschluss auf die Beschleunigungen</u>
Für t =1 (1,27596 | 7,85104)
$bx = 2*x = 2,55192$
$by = (10-y)*2 = 4,29792$
$b^2 = (2*x)^2 * (1 + (10 -y)^2/ x^2) = 24,98441201$
$b = 4,998440958$
$B = (8/3 (10 – y) – 2x) = 3,17864$

Testen der Ergebnisse

Ob mit diesen Beschleunigungen die Zunahme der kinetischen Energie gleich der Abnahme der potentiellen Energie ist, habe ich mit einer EXCEL-Tabelle in 0,1 Sekundenschritten überprüft.
In den ersten 2 Sekunden ergibt sich erst in der 5ten Nachkommastelle eine Abweichung von 0.