

2.3.1 Punkt und Stabstrahler

2.3.2 Detektorarten

2.4 Messprinzip: Massenschwächungskoeffizient und warum dieser.

Messprinzip auf einen konkreten Fall anwenden. Extreme verfahrenstechnische Bedingung. Der Beton-Behälter oder 300 Grad Oleom. Schwefelsäure.

2.5 Formel

Dieses Kapitel befasst sich mit der Herleitung eines mathematischen Modelles zur Kalibrierung bzw. der Ermittlung des Füllstandes eines Behälters. Hierzu wird das Lambert-Beersche-Gesetz hinzugezogen, welches die Abschwächung der Intensität einer Strahlung in Bezug zu dessen Anfangsintensität beim Durchgang durch absorbierende Materie in Abhängigkeit von Schichtdicke und Konzentration der absorbierenden Materie beschreibt. Als Messgröße wird die Aktivität in Bq gemessen. Das Lambert-Beersche-Gesetz lautet wie folgt:

$$[2.4.1] \quad I(d) = I_0 * e^{-\frac{\mu}{\rho} * d}$$

Es besagt, dass die gemessene Intensität $I(d)$ nach Durchtritt durch ein Material mit Weglänge d exponentiell abnimmt. I_0 ist die anfängliche Intensität ohne Absorber. Faktor $\frac{\mu}{\rho}$ ist der Massen-Schwächungskoeffizient des Materials. Der Faktor „d“ ist hierbei der Strahlenweg durch das Medium. Wie bereits in den vorherigen Kapiteln geschildert, durchläuft die Gamma-Strahlung die Behälterwand, das Medium und erneut die Behälterwand. Die Gleichung 2.4.1 kann also wie folgt angepasst werden, um eine korrekte Berechnung durchführen zu können.

$$[2.4.2] \quad I(d) = I_0 * e^{-\frac{\mu_{Wand}}{\rho_{Wand}} * d_{Wand}} * e^{-\frac{\mu_{Medium}}{\rho_{Medium}} * d_{Medium}} * e^{-\frac{\mu_{Wand}}{\rho_{Wand}} * d_{Wand}}$$

Um die Gleichung weiter zu vereinfachen, wird das Eintreten sowie Austreten der Strahlung durch die Behälterwände zusammengefasst. Daraus ergibt sich folgende Formel:

$$[2.4.3] \quad I(d) = I_0 * e^{-\frac{\mu_{Wand}}{\rho_{Wand}} * d_{GesWand}} * e^{-\frac{\mu_{Medium}}{\rho_{Medium}} * d_{Medium}}$$

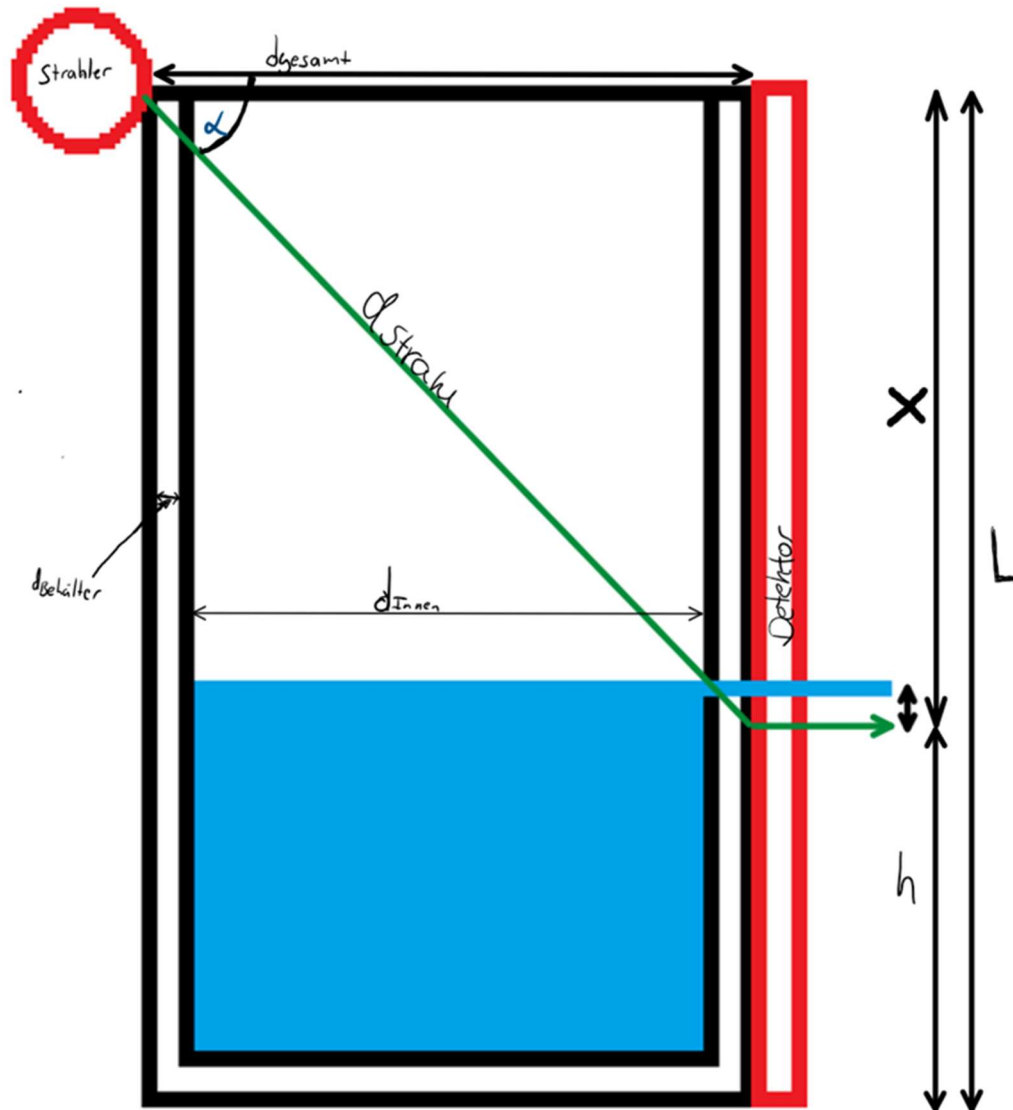
Unter der Annahme, dass die Anfängliche Intensität Konstant ist sowie die Behälterstruktur sich nicht verändert, lässt sich folgende Konstante bilden.

$$[2.4.4] \quad I_0 * e^{-\frac{\mu_{Wand}}{\rho_{Wand}} * d_{GesWand}} = K$$

Mithilfe dieser Konstante lässt sich bereits im Vorfeld eine Berechnung durchführen, um einen Offset zu bilden, welcher die Einwirkung der Absorption über die Behälterwand streicht. Daraufhin lässt sich die Gleichung 2.4.3 kürzen sodass folgende Gleichung zur Berechnung der Intensität entsteht.

$$[2.4.5] \quad I(d) = K * e^{-\frac{\mu_{Medium}}{\rho_{Medium}} * d_{Medium}}$$

Das Mathematische Modell zur Berechnung des Füllstandes basiert auf der Variante eines Punktrahlers und eines Stabdetektors. Hierfür muss bedachte werden, das, falls der Behälter beispielweise, halbvoll ist, ein Teil der Strahlung durch das Medium geschwächt wird, und der andere Teil nicht. Hierfür wird für den Strahlenweg, das Produkt aus Behälter Durchmesser und Füllhöhe eingesetzt. Weiterhin wird angenommen, dass, die Höhe „h“ des Füllstandes abhängig von der Länge „L“ des vom Medium bedeckten Stabdetektors ist.



Aus dieser Annahme heraus ergibt sich folgende Formel.

$$[2.4.6] \quad I(h) = K * e^{\frac{\mu_{\text{Medium}} * d_{\text{Be}}}{\rho_{\text{Medium}}}} * \frac{h}{d_{\text{strah}}}$$

$$I(h) = K * e^{\frac{\mu_{\text{Medium}} * d_{\text{Medium}}}{\rho_{\text{Medium}} \cos(\sin^{-1}(\frac{L-x}{\sqrt{d_{\text{Gesamt}}^2 + (L-x)^2}}))} * \frac{L-x}{\sqrt{d_{\text{Gesamt}}^2 + (L-x)^2}}}$$

Mit der Gleichung 2.4.6 lässt sich eine Kalibrierung vornehmen, indem man die Intensität im vollen-, sowie im leeren Zustand misst. Mithilfe dieser Intensitäten kann anschließend die Höhe berechnet werden, mit welcher dann eine Kurve erstellt werden kann. Durch Anwendung der Gleichung 2.4.6 lässt sich folgende Kurve in Abhängigkeit der Füllhöhe zeichnen.

Für die Kalibrierung werden nun die Punkte eines leeren,- sowie eines vollen Behälter eingelesen und in Abhängigkeit dieser beiden Punkte kann anschließend eine Formel erstellt werden zur Berechnung der Höhe des Füllstandes.

Leerer Behälter: $h=0$

$$[2.4.7] \quad I(0) = K * e^{-\frac{\mu_{\text{Medium}} * d_{\text{Behälter}} * 0}{\rho_{\text{Medium}}}}$$

$$[2.4.8] \quad I(0) = I_0 * e^{-\frac{\mu_{\text{Wand}} * d_{\text{GesWand}}}{\rho_{\text{Wand}}}} = K$$

Die Intensität am Ausgang hängt lediglich von der Absorption der Behälterwände ab.

Voller Behälter: $h=L$

$$[2.4.9] \quad I(L) = K * e^{-\frac{\mu_{\text{Medium}} * d_{\text{Behälter}} * L}{\rho_{\text{Medium}}}}$$

$$[2.4.10] \quad I(L) = I_0 * e^{-\frac{\mu_{\text{Wand}} * d_{\text{GesWand}}}{\rho_{\text{Wand}}}} * e^{-\frac{\mu_{\text{Medium}} * d_{\text{Behälter}} * L}{\rho_{\text{Medium}}}}$$

$$[2.4.11] \quad I(L) = K * e^{-\frac{\mu_{\text{Medium}} * d_{\text{Behälter}} * L}{\rho_{\text{Medium}}}}$$

Hierbei wird das komplette Medium durchstrahlt, welches dementsprechend für eine große Absorption sorgt.

Die Füllhöhe h kann berechnet werden insofern die Intensitäten zu bestimmten Füllhöhen bekannt sind. Für die Berechnung der Füllhöhen, wird die Gleichung 2.4.6 verwendet und umgestellt. Hierfür wird der Faktor K zunächst dividiert und anschließend der Logarithmus zur Basis „e“ gezogen.

$$[2.4.12] \quad \ln\left(\frac{I(h)}{K}\right) = -\frac{\mu_{\text{Medium}}}{\rho_{\text{Medium}}} * d_{\text{Behälter}} * \frac{h}{L}$$

Nun wird der Durchmesser des Behälters, die Länge des Detektors sowie die Eigenschaften des Mediums auf die eine Seite der Gleichung gebracht. Daraufhin ergibt sich folgende Formel:

$$[2.4.13] \quad h = -\ln\left(\frac{I(h)}{K}\right) * \frac{L}{\frac{\mu_{\text{Medium}} * d_{\text{Behälter}}}{\rho_{\text{Medium}}}}$$

Durch die Anwendung logarithmischer Gesetze lässt sich aus der Gleichung 2.4.13, folgende Gleichung für die Berechnung des Füllstandes erstellen.

$$[2.4.14] \quad h = \ln\left(\frac{K}{I(h)}\right) * \frac{L}{\frac{\mu_{\text{Medium}} * d_{\text{Behälter}}}{\rho_{\text{Medium}}}}$$

Betrachten wir nun die Gleichungen für die Berechnung der Intensität bei leeren, und vollem Behälter, also den Gleichungen 2.4.8 und 2.4.11 und vergleichen diese beiden Gleichungen mit 2.4.14 so lassen sich bestimmte Faktoren mithilfe von den Intensitäten bei leerem und vollem Behälter beschreiben.

$$[2.4.15] \quad h = L * \frac{\ln\left(\frac{I(0)}{I(h)}\right)}{\ln\left(\frac{I(0)}{I(L)}\right)}$$

2.6 Formel 2

Dieses Kapitel befasst sich mit der Herleitung eines mathematischen Modelles zur Kalibrierung bzw. der Ermittlung des Füllstandes eines Behälters. Hierzu wird das Lambert-Beersche-Gesetz hinzugezogen, welches die Abschwächung der Intensität einer Strahlung in Bezug zu dessen Anfangsintensität beim Durchgang durch absorbierende Materie in Abhängigkeit von Schichtdicke und Konzentration der absorbierenden Materie beschreibt. Als Messgröße wird die Aktivität in Bq gemessen. Das Lambert-Beersche-Gesetz lautet wie folgt:

$$[2.4.1] \quad I(d) = I_0 * e^{-\frac{\mu}{\rho} * d}$$

Es besagt, dass die gemessene Intensität $I(d)$ nach Durchtritt durch ein Material mit Weglänge d exponentiell abnimmt. I_0 ist die anfängliche Intensität ohne Absorber. Faktor $\frac{\mu}{\rho}$ ist der Massen-Schwächungskoeffizient des Materials. Der Faktor „d“ ist hierbei der Strahlenweg durch das Medium. Wie bereits in den vorherigen Kapiteln geschildert, durchläuft die Gamma-Strahlung die Behälterwand, das Medium und erneut die Behälterwand. Die Gleichung 2.4.1 kann also wie folgt angepasst werden, um eine korrekte Berechnung durchführen zu können.

$$[2.4.2] \quad I(d) = I_0 * e^{-\frac{\mu_{\text{Wand}}}{\rho_{\text{Wand}}} * d_{\text{Wand}}} * e^{-\frac{\mu_{\text{Medium}}}{\rho_{\text{Medium}}} * d_{\text{Medium}}} * e^{-\frac{\mu_{\text{Wand}}}{\rho_{\text{Wand}}} * d_{\text{Wand}}}$$

Um die Gleichung weiter zu vereinfachen, wird das Eintreten sowie Austreten der Strahlung durch die Behälterwände zusammengefasst. Daraus ergibt sich folgende Formel:

$$[2.4.3] \quad I(d) = I_0 * e^{-\frac{\mu_{Wand}}{\rho_{Wand}} * d_{GesWand}} * e^{-\frac{\mu_{Medium}}{\rho_{Medium}} * d_{Medium}}$$

Da der Strahlenweg nicht linear verläuft, sondern in Abhängigkeit der Füllhöhe, verschiedene Eintrittswinkel hat, so muss die Gleichung angepasst werden. Eine weitere Annahme ist, dass die Anfängliche Intensität Konstant ist sowie die Behälterstruktur sich nicht verändert. Daraufhin lässt sich folgende Konstante bilden.

$$[2.4.4] \quad I_0 * e^{-\frac{\mu_{Wand} * \frac{d_{GesWand}}{\cos(\tan^{-1}(\frac{L-h}{d_{Gesamt}}))}}}{\rho_{Wand}} = K$$

Mithilfe dieser Konstante lässt sich bereits im Vorfeld eine Berechnung durchführen, um einen Offset zu bilden, welcher die Einwirkung der Absorption über die Behälterwand streicht. Daraufhin lässt sich die Gleichung 2.4.3 kürzen sodass folgende Gleichung zur Berechnung der Intensität entsteht.

$$[2.4.5] \quad I(d) = K * e^{-\frac{\mu_{Medium}}{\rho_{Medium}} * d_{Medium}}$$

Das Mathematische Modell zur Berechnung des Füllstandes basiert auf der Variante eines Punktrahlers und eines Stabdetektors. Hierfür muss bedachte werden, das, falls der Behälter beispielweise, halbvoll ist, ein Teil der Strahlung durch das Medium geschwächt wird, und der andere Teil nicht (s. Abbildung 17).

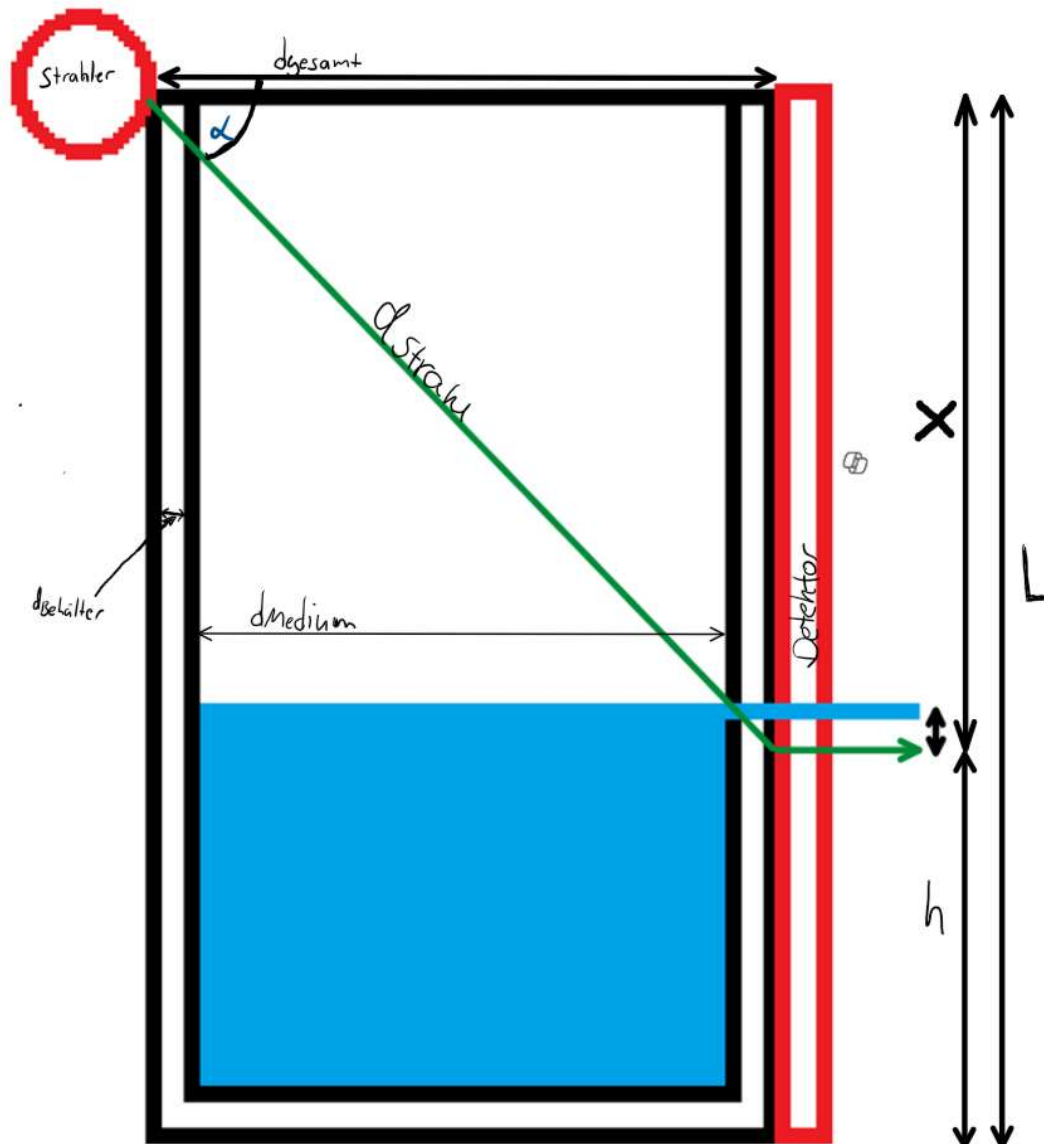


Abbildung 2: Skizze der Messanordnung. (Quelle: Eigene Darstellung)

Der Strahlenweg kann hierfür über den Satz des Pythagoras berechnet werden. Weiterhin wird angenommen, dass, die Höhe „h“ des Füllstandes abhängig von der Länge „L“ des vom Medium bedeckten Stabdetektors ist. Zwischen der tatsächlichen Füllstandhöhe und der detektierten Höhe, gibt es eine kleine Messungenauigkeit. Aus dieser Annahme heraus ergibt sich folgende Formel.

$$[2.4.6] \quad I(h) = K * e^{-\frac{\mu_{\text{Medium}}}{\rho_{\text{Medium}}} \sqrt{(d_{\text{Medium}})^2 + (L-h)^2}}$$

Mit der Gleichung 2.4.6 lässt sich eine Kalibrierung vornehmen, indem man die Intensität im vollen-, sowie im leeren Zustand misst. Mithilfe dieser Intensitäten kann anschließend die Höhe berechnet werden, mit welcher dann eine Kurve

erstellt werden kann. Durch Anwendung der Gleichung 2.4.6 lässt sich folgende Kurve in Abhängigkeit der Füllhöhe zeichnen.

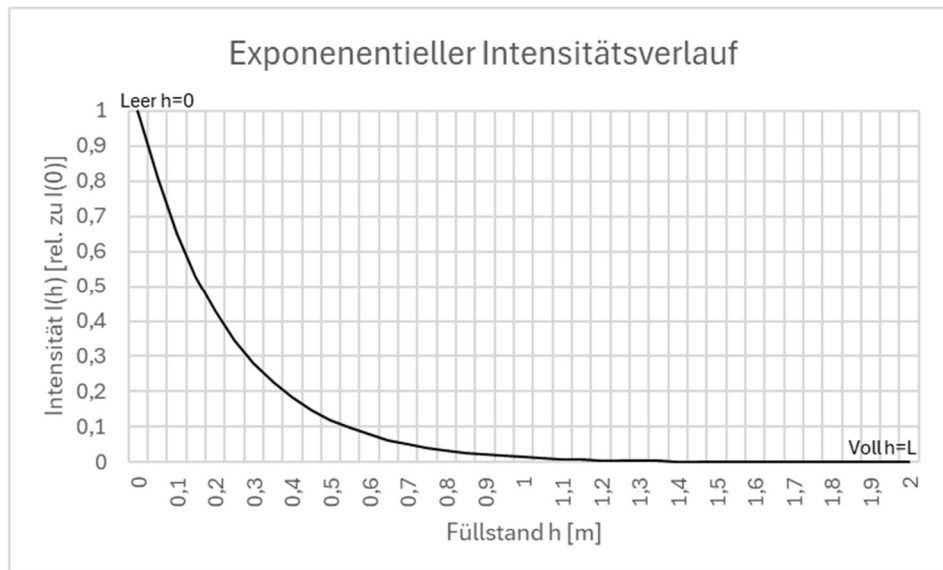


Diagramm 1: Exemplarischer Intensitätsverlauf (Quelle: Eigene Darstellung)

Für die Kalibrierung werden nun die Punkte eines leeren,- sowie eines vollen Behälter eingelesen und in Abhängigkeit dieser beiden Punkte kann anschließend eine Formel erstellt werden zur Berechnung der Höhe des Füllstandes.

Leerer Behälter: $h=0$

$$[2.4.7] \quad I(0) = K * e^{-\frac{\mu_{\text{Medium}}}{\rho_{\text{Medium}}} \sqrt{(d_{\text{Medium}})^2 + (L-0)^2}}$$

Da bei leerem Behälter die Strahlen lediglich von Luft absorbiert werden, kann der Strahlenweg durch Gleichung 2.4.4 wie folgt ausgedrückt werden.

$$[2.4.8] \quad I(0) = I_0 * e^{-\frac{\mu_{\text{Wand}} * \frac{d_{\text{GesWand}}}{\cos(\tan^{-1}(\frac{L-0}{d_{\text{Gesamt}}}))}}{\rho_{\text{Wand}}}}$$

Die Intensität am Ausgang hängt lediglich von der Absorption der Behälterwände ab.

Voller Behälter: $h=L$

$$[2.4.9] \quad I(h) = I_0 * e^{-\frac{\mu_{\text{Wand}} * \frac{d_{\text{GesWand}}}{\cos(\tan^{-1}(\frac{L-h}{d_{\text{Gesamt}}}))}}{\rho_{\text{Wand}}}} * e^{-\frac{\mu_{\text{Medium}}}{\rho_{\text{Medium}}} \sqrt{(d_{\text{Medium}})^2 + (L-h)^2}}$$

$$[2.4.10] \quad I(L) = I_0 * e^{-\frac{\mu_{Wand}}{\rho_{Wand}} * d_{GesWand}} * e^{-\frac{\mu_{Medium}}{\rho_{Medium}} * d_{Medium}}$$

Hierbei wird das komplette Medium durchstrahlt, welches dementsprechend für eine große Absorption sorgt.

Die Füllhöhe h kann berechnet werden insofern die Intensitäten zu bestimmten Füllhöhen bekannt sind. Für die Berechnung der Füllhöhen, wird die Gleichung 2.4.6 verwendet, ausgeschrieben und umgestellt. Hierfür wird auf mathematische Gesetze zurückgegriffen. Da die Basis gleich ist, kann dann die Gleichung wie folgt gekürzt werden.

$$[2.4.11] \quad I(h) = I_0 * e^{-\frac{\mu_{Wand}}{\rho_{Wand}} * \frac{d_{GesWand}}{\cos(\tan^{-1}(\frac{L-h}{d_{Gesamt}}))}} * e^{-\frac{\mu_{Medium}}{\rho_{Medium}} * \sqrt{(d_{Medium})^2 + (L-h)^2}}$$

Nun werden mithilfe der Trigonometrie die Terme etwas verändert, sodass man diese zusammenfassen kann.

$$[2.4.12] \quad \cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypothenuse}} = \frac{d_{Medium}}{\sqrt{(d_{Medium})^2 + (L-h)^2}}$$

Nun wird die Gleichung 2.4.12 invertiert sodass folgende Gleichung aufgestellt wird.

$$[2.4.13] \quad \frac{1}{\cos(\alpha)} = \frac{\sqrt{(d_{Medium})^2 + (L-h)^2}}{d_{Medium}}$$

Mithilfe der Gleichung 2.4.13 kann der Term aus Gleichung 2.4.11 ersetzt werden sodass folgende Gleichung entsteht.

$$[2.4.14] \quad I(h) = I_0 * e^{-\frac{\mu_{Wand}}{\rho_{Wand}} * \frac{d_{GesWand}}{d_{Medium}} * \sqrt{(d_{Medium})^2 + (L-h)^2}} * e^{-\frac{\mu_{Medium}}{\rho_{Medium}} * \sqrt{(d_{Medium})^2 + (L-h)^2}}$$

Nun werden die Exponenten zu einer Variable zusammengefasst.

$$[2.4.15] \quad B = \frac{\mu_{Wand}}{\rho_{Wand}} * \frac{d_{GesWand}}{d_{Medium}} + \frac{\mu_{Medium}}{\rho_{Medium}}$$

Durch den Term 2.4.15 kann Gleichung 2.4.14 vereinfacht werden.

$$[2.4.16] \quad I(h) = I_0 * e^{-[B * \sqrt{(d_{Medium})^2 + (L-h)^2}]}$$

Nun folgt eine Anwendung diverser Schritte sodass als Resultat eine Formel für die Berechnung der Füllstandshöhe in Abhängigkeit vom Medium und Behälter.

$$[2.4.17] \quad \ln\left(\frac{I(h)}{I_0}\right) = -B * \sqrt{(d_{Medium})^2 + (L - h)^2}$$

$$[2.4.18] \quad \ln\left(\frac{I_0}{I(h)}\right) = B * \sqrt{(d_{Medium})^2 + (L - h)^2}$$

$$[2.4.19] \quad \ln\left(\frac{I_0}{I(h)}\right) = \sqrt{(d_{Medium})^2 + (L - h)^2}$$

$$[2.4.20] \quad \left(\frac{\ln\left(\frac{I_0}{I(h)}\right)}{B}\right)^2 = (d_{Medium})^2 + (L - h)^2$$

$$[2.4.21] \quad \left(\frac{\ln\left(\frac{I_0}{I(h)}\right)}{B}\right)^2 - (d_{Medium})^2 = (L - h)^2$$

$$[2.4.22] \quad \sqrt{\left(\frac{\ln\left(\frac{I_0}{I(h)}\right)}{B}\right)^2 - (d_{Medium})^2} = L - h$$

$$[2.4.23] \quad h = L - \sqrt{\left[\ln\left(\frac{I_0}{I(h)}\right) * \frac{1}{\frac{\mu_{Wand} * d_{GesWand}}{\rho_{Wand}} + \frac{\mu_{Medium}}{\rho_{Medium}}}\right]^2 - (d_{Medium})^2}$$

Mithilfe der Gleichung 2.4.23 kann nun jede Füllstandshöhe anhand der detektierten Intensität berechnet werden.

2.7 Mathe 3

Dieses Kapitel befasst sich mit der Herleitung eines mathematischen Modelles zur Kalibrierung bzw. der Ermittlung des Füllstandes eines Behälters. Hierzu wird das Lambert-Beersche-Gesetz hinzugezogen, welches die Abschwächung der Intensität einer Strahlung in Bezug zu dessen Anfangsintensität beim Durchgang durch absorbierende Materie in Abhängigkeit von Schichtdicke und Konzentration der absorbierenden Materie beschreibt. Als Messgröße wird die Aktivität in Bq gemessen. Das Lambert-Beersche-Gesetz lautet wie folgt:

$$[2.4.1] \quad I(d) = I_0 * e^{-\frac{\mu}{\rho} * d}$$

Es besagt, dass die gemessene Intensität $I(d)$ nach Durchtritt durch ein Material mit Weglänge d exponentiell abnimmt. I_0 ist die anfängliche Intensität ohne Absorber. Faktor $\frac{\mu}{\rho}$ ist der Massen-Schwächungskoeffizient des Materials. Der Fak-

tor „d“ ist hierbei der Strahlenweg durch das Medium. Wie bereits in den vorherigen Kapiteln geschildert, durchläuft die Gamma-Strahlung die Behälterwand, das Medium und erneut die Behälterwand. Die Gleichung 2.4.1 kann also wie folgt angepasst werden, um eine korrekte Berechnung durchführen zu können.

$$[2.4.2] \quad I(d) = I_0 * e^{-\frac{\mu_{Wand}}{\rho_{Wand}} * d_{Wand}} * e^{-\frac{\mu_{Medium}}{\rho_{Medium}} * d_{Medium}} * e^{-\frac{\mu_{Wand}}{\rho_{Wand}} * d_{Wand}}$$

Um die Gleichung weiter zu vereinfachen, wird das Eintreten sowie Austreten der Strahlung durch die Behälterwände zusammengefasst. Daraus ergibt sich folgende Formel:

$$[2.4.3] \quad I(d) = I_0 * e^{-\frac{\mu_{Wand}}{\rho_{Wand}} * d_{GesWand}} * e^{-\frac{\mu_{Medium}}{\rho_{Medium}} * d(h)_{Medium}}$$

Da der Strahlenweg nicht linear verläuft, sondern in Abhängigkeit der Füllhöhe, verschiedene Eintrittswinkel hat, so muss die Gleichung angepasst werden. Eine weitere Annahme ist, dass die Anfängliche Intensität konstant ist sowie die Behälterstruktur sich nicht verändert. Daraufhin lässt sich folgende Konstante bilden.

$$[2.4.4] \quad I_0 * e^{-\frac{\mu_{Wand}}{\rho_{Wand}} * d_{GesWand}} = K$$

Mithilfe dieser Konstante lässt sich bereits im Vorfeld eine Berechnung durchführen, um einen Offset zu bilden, welcher die Einwirkung der Absorption über die Behälterwand streicht. Daraufhin lässt sich die Gleichung 2.4.3 kürzen sodass folgende Gleichung zur Berechnung der Intensität entsteht.

$$[2.4.5] \quad I(d) = K * e^{-\frac{\mu_{Medium}}{\rho_{Medium}} * d(h)_{Medium}}$$

Das Mathematische Modell zur Berechnung des Füllstandes basiert auf der Variante eines Punktrahlers und eines Stabdetektors. Hierfür muss bedacht werden, dass, falls der Behälter beispielweise, halbvoll ist, ein Teil der Strahlung durch das Medium geschwächt wird, und der andere Teil nicht (s. Abbildung 17).

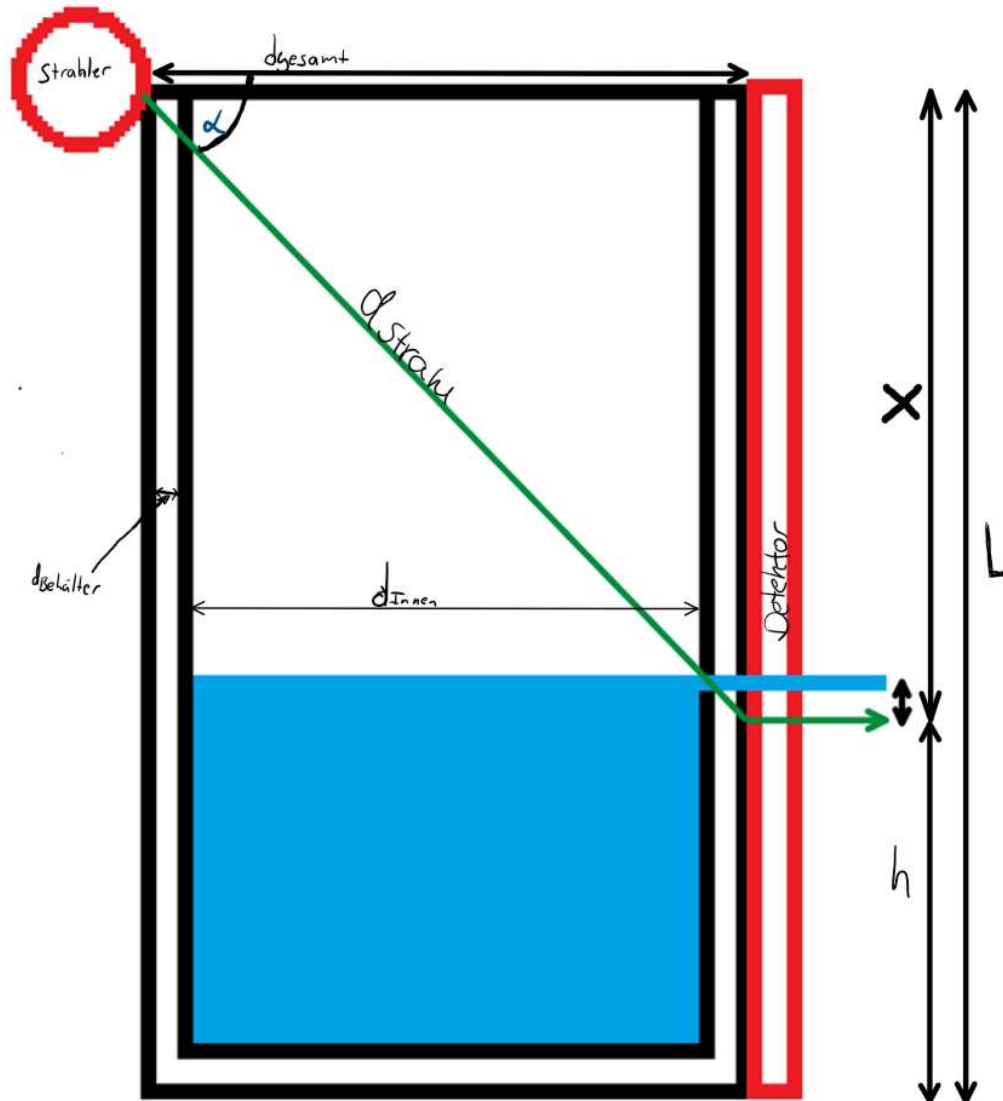


Abbildung 3: Skizze der Messanordnung. (Quelle: Eigene Darstellung)

Der Strahlenweg muss den Durchmesser „ d_{Medium} “ entlang schrägen Strahls „ $d_{\text{StrahlMedium}}$ “. Hierfür sieht die Berechnung wie folgt aus.

$$[2.4.6] \quad d_{\text{StrahlMedium}} = \frac{d_{\text{Innen}}}{\cos(\alpha)}$$

Der Strahlenweg kann hierfür über den Satz des Pythagoras berechnet werden. Weiterhin wird angenommen, dass, die Höhe „ h “ des Füllstandes abhängig von der Länge „ L “ des vom Medium bedeckten Stabdetektors ist. Zwischen der tatsächlichen Füllstandhöhe und der detektierten Höhe, gibt es eine kleine Messungenauigkeit. Nun muss beachtet werden, dass ein Teil der Strahlung durch das Medium geschwächt wird, und der andere Teil wiederum nicht. Der sich im Medium befindende Anteil entspricht der Höhe „ h “ des Füllstandes relativ zum

gesamten Strahlenweg. Mit dieser Annahme lässt sich folgende Gleichung aufstellen.

$$[2.4.7] \quad d(h)_{Medium} = d_{StrahlMedi} * \sin(\alpha)$$

$$[2.4.8] \quad d(h)_{Medium} = \frac{d_{Innen}}{\cos(\alpha)} * \sin(\alpha) = d_{Innen} * \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

$$[2.4.9] \quad d(h)_{Medium} = d_{Innen} * \tan(\alpha) = d_{Innen} * \frac{h}{d_{Gesamt}}$$

Nun kann Gleichung 2.4.9 in die Gleichung 2.4.5 eingesetzt werden, sodass eine Intensitätsformel in Abhängigkeit des Füllstandes erstellt wird.

$$[2.4.10] \quad I(x) = K * e^{-\frac{\mu_{Medium} * d_{Innen} * (L-x)}{\rho_{Medium} * d_{Gesamt}}}$$

Mit der Gleichung 2.4.10 lässt sich eine Kalibrierung vornehmen, indem man die Intensität im vollen-, sowie im leeren Zustand misst. Mithilfe dieser Intensitäten kann anschließend die Höhe berechnet werden, mit welcher dann eine Kurve erstellt werden kann. Durch Anwendung der Gleichung 2.4.6 lässt sich folgende Kurve in Abhängigkeit der Füllhöhe zeichnen.

$$I(h) = \frac{I_0}{d_{Strahl}^2} * e^{-\frac{\mu_{Medium} * d_{Innen}}{\rho_{Medium}}}$$

$$I(h) = \frac{I_0}{d_{Gesamt}^2 + (L-h)^2} * e^{-\frac{\mu_{Medium} * d_{Innen}}{\rho_{Medium}}}$$

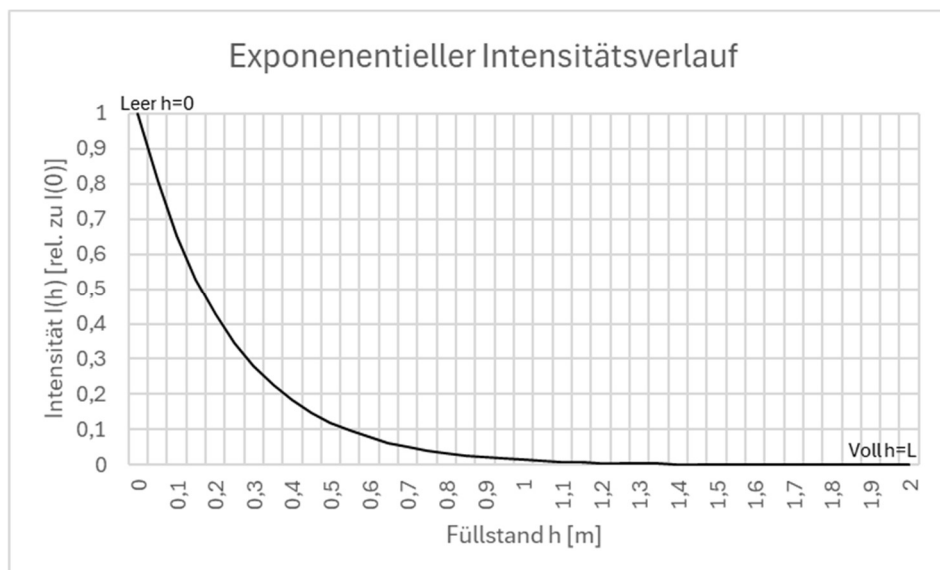


Diagramm 2: Exemplarischer Intensitätsverlauf (Quelle: Eigene Darstellung)

Für die Kalibrierung werden nun die Punkte eines leeren,- sowie eines vollen Behälter eingelesen und in Abhängigkeit dieser beiden Punkte kann anschließend eine Formel erstellt werden zur Berechnung der Höhe des Füllstandes.

Leerer Behälter: $h=0$

$$[2.4.7] \quad I(0) = K * e^{-\frac{\mu_{\text{Medium}}}{\rho_{\text{Medium}}} * \sqrt{(d_{\text{Medium}})^2 + (L-0)^2}}$$

Da bei leerem Behälter die Strahlen lediglich von Luft absorbiert werden, kann der Strahlenweg durch Gleichung 2.4.4 wie folgt ausgedrückt werden.

$$[2.4.8] \quad I(0) = I_0 * e^{-\frac{\mu_{\text{Wand}}}{\rho_{\text{Wand}}} * d_{\text{GesWand}}}$$

Die Intensität am Ausgang hängt lediglich von der Absorption der Behälterwände ab.

Voller Behälter: $h=L$

$$[2.4.9] \quad I(h) = I_0 * e^{-\frac{\mu_{\text{Wand}}}{\rho_{\text{Wand}}} * d_{\text{GesWand}}} * e^{-\frac{\mu_{\text{Medium}}}{\rho_{\text{Medium}}} * \sqrt{(d_{\text{Medium}})^2 + (L-x)^2}}$$

$$[2.4.10] \quad I(L) = I_0 * e^{-\frac{\mu_{\text{Wand}}}{\rho_{\text{Wand}}} * d_{\text{GesWand}}} * e^{-\frac{\mu_{\text{Medium}}}{\rho_{\text{Medium}}} * d_{\text{Medium}}}$$

Hierbei wird das komplette Medium durchstrahlt, welches dementsprechend für eine große Absorption sorgt.

Die Füllhöhe h kann berechnet werden insofern die Intensitäten zu bestimmten Füllhöhen bekannt sind. Für die Berechnung der Füllhöhen, wird die Gleichung 2.4.6 verwendet, ausgeschrieben und umgestellt. Hierfür wird auf mathematische Gesetze zurückgegriffen. Da die Basis gleich ist, kann dann die Gleichung wie folgt gekürzt werden.

$$[2.4.11] \quad I(h) = I_0 * e^{-\frac{\mu_{\text{Wand}}}{\rho_{\text{Wand}}} * \frac{d_{\text{GesWand}}}{\cos(\tan^{-1}(\frac{L-h}{d_{\text{Gesamt}}}))}} * e^{-\frac{\mu_{\text{Medium}}}{\rho_{\text{Medium}}} * \sqrt{(d_{\text{Medium}})^2 + (L-h)^2}}$$

Nun werden mithilfe der Trigonometrie die Terme etwas verändert, sodass man diese zusammenfassen kann.

$$[2.4.12] \quad \cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypothenus}} = \frac{d_{\text{Medium}}}{\sqrt{(d_{\text{Medium}})^2 + (L-h)^2}}$$

Nun wird die Gleichung 2.4.12 invertiert sodass folgende Gleichung aufgestellt wird.

$$[2.4.13] \quad \frac{1}{\cos(\alpha)} = \frac{\sqrt{(d_{\text{Medium}})^2 + (L-h)^2}}{d_{\text{Medium}}}$$

Mithilfe der Gleichung 2.4.13 kann der Termin aus Gleichung 2.4.11 ersetzt werden sodass folgende Gleichung entsteht.

$$[2.4.14] \quad I(h) = I_0 * e^{-\frac{\mu_{\text{Wand}} * d_{\text{GesWand}}}{\rho_{\text{Wand}} * d_{\text{Medium}}} * \sqrt{(d_{\text{Medium}})^2 + (L-h)^2} - \frac{\mu_{\text{Medium}}}{\rho_{\text{Medium}}} * \sqrt{(d_{\text{Medium}})^2 + (L-h)^2}}$$

Nun werden die Exponenten zu einer Variable zusammengefasst.

$$[2.4.15] \quad B = \frac{\mu_{\text{Wand}}}{\rho_{\text{Wand}}} * \frac{d_{\text{GesWand}}}{d_{\text{Medium}}} + \frac{\mu_{\text{Medium}}}{\rho_{\text{Medium}}}$$

Durch den Termin 2.4.15 kann Gleichung 2.4.14 vereinfacht werden.

$$[2.4.16] \quad I(h) = I_0 * e^{-[B * \sqrt{(d_{\text{Medium}})^2 + (L-h)^2}]}$$

Nun folgt eine Anwendung diverser Schritte sodass als Resultat eine Formel für die Berechnung der Füllstandshöhe in Abhängigkeit vom Medium und Behälter.

$$[2.4.17] \quad \ln\left(\frac{I(h)}{I_0}\right) = -B * \sqrt{(d_{\text{Medium}})^2 + (L-h)^2}$$

$$[2.4.18] \quad \ln\left(\frac{I_0}{I(h)}\right) = B * \sqrt{(d_{\text{Medium}})^2 + (L-h)^2}$$

$$[2.4.19] \quad \ln\left(\frac{I_0}{I(h)}\right) / B = \sqrt{(d_{\text{Medium}})^2 + (L-h)^2}$$

$$[2.4.20] \quad \left(\frac{\ln\left(\frac{I_0}{I(h)}\right)}{B}\right)^2 = (d_{\text{Medium}})^2 + (L-h)^2$$

$$[2.4.21] \quad \left(\frac{\ln\left(\frac{I_0}{I(h)}\right)}{B}\right)^2 - (d_{\text{Medium}})^2 = (L-h)^2$$

$$[2.4.22] \quad \sqrt{\left(\frac{\ln\left(\frac{I_0}{I(h)}\right)}{B}\right)^2 - (d_{\text{Medium}})^2} = L-h$$

$$[2.4.23] \quad h = L - \sqrt{\left[\ln \left(\frac{I_0}{I(h)} \right) * \frac{1}{\frac{\mu_{Wand}}{\rho_{Wand}} * \frac{d_{GesWand}}{d_{Medium}} + \frac{\mu_{Medium}}{\rho_{Medium}}} \right]^2 - (d_{Medium})^2}$$

Mithilfe der Gleichung 2.4.23 kann nun jede Füllstandshöhe anhand der detektierten Intensität berechnet werden.

3 Anwendungsfall

3.1 Prozessanforderung

Punktstrahler und Stabdetektor. 6mm Druckbehälter dicke. Unter 300 Bar. Alle Extremen Bedingungen einbringen die zu diesem Fall führen.

Die Auslegung eines radiometrischen Füllstandsmesssystems erfordert eine präzise Kenntnis der Prozessbedingungen und eine klare Definition der Messanforderungen. Nachfolgend wird ein Anwendungsfall aus der Petrochemie, speziell aus einer Raffinerie, beschrieben, bei dem aufgrund extremer verfahrenstechnischer Bedingungen konventionelle Messverfahren ausscheiden und die radiometrische Messtechnik als einzig realisierbare Lösung in Betracht kommt.

Als Anwendungsfall dient eine Delayed-Coking-Einheit (s. Abbildung 18). Im Zentrum steht die Umwandlung von schwerem Rückstandsöl in leichtere, wertvollere Produkte wie Naphtha, Diesel/Schwer-gasöle sowie festen Petrolkoks. In einigen Raffinerien gelangt der Vakuumrückstand heiß direkt aus der Vakuumdestillation in die Coker-Einheit; in den meisten Fällen kommt er jedoch aus Lagertanks und ist entsprechend kühler. Der Rückstand (Feed) wird zunächst über Wärmeaustausch mit Produktströmen vorgewärmt und anschließend dem Fraktionator zugeführt, bevor er den Coker-Ofen (Heizer) passiert. Der Feed tritt am Turmboden bei etwa 360–400 °C ein. Dort mischt er sich mit kondensierten Produktdämpfen; diese Mischung bildet den Zulauf zum Heizer. Das Einbringen am Turmboden quencht den Kopfproduktdampf, unterstützt die Erwärmung des Feeds und kondensiert schwerere Gasöle, die so in den Coker zurückgeführt werden. Der Fraktionatorboden fungiert zugleich als Puffer für den Frischeinsatz.

Die Rückstände am Fraktionatorboden, einschließlich der recycelten schweren Gasöle, werden anschließend in einem Ofen auf eine Austrittstemperatur von ca.