

Elektronenbeugung

Inhaltsverzeichnis

- ▶ Louis De Broglie
- ▶ Gedanke
- ▶ Hypothese
- ▶ Versuchsaufbau
- ▶ Versuchsdurchführung
- ▶ Erläuterungen
- ▶ Bragg-Reflexion
- ▶ Experimentelle Bestimmung der DeBroglie - Wellenlänge
- ▶ Berechnung der theoretischen Wellenlänge
- ▶ Berechnung der Geschwindigkeit
- ▶ Quellen

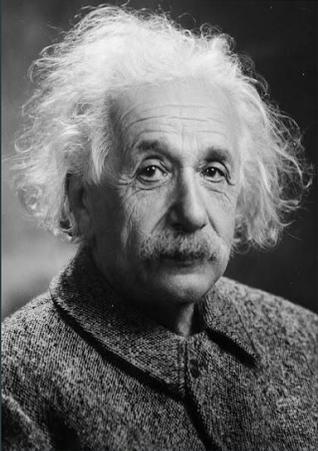
Louis De- Broglie

- ▶ Geboren: 15. August 1892
- ▶ 1923 veröffentlichte er seine Hypothesen über Materiewellen
- ▶ 1927 konnte der Welle- Teilchen Dualismus experimentell nachgewiesen werden
- ▶ 1929 bekam er für seine Arbeit den Nobelpreis



Gedanke

Albert Einstein



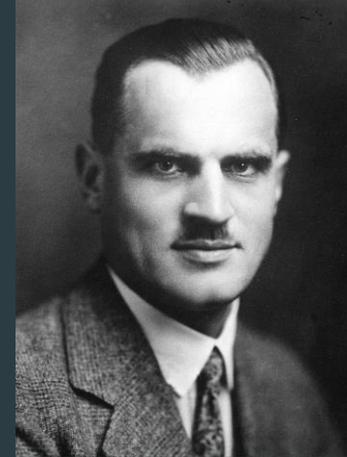
$$E = m \cdot c^2$$

Max Planck



$$E = h \cdot f$$

Arthur Compton



$$p = \frac{h}{\lambda}$$

Kann man diese Formeln auch auf Elektronen oder andere Teilchen übertragen ?

Hypothesen

- ▶ Teilchen besitzen Welleneigenschaften
- ▶ Wellenlänge erschließt sich aus der Planck'schen Konstante dividiert durch den Impuls

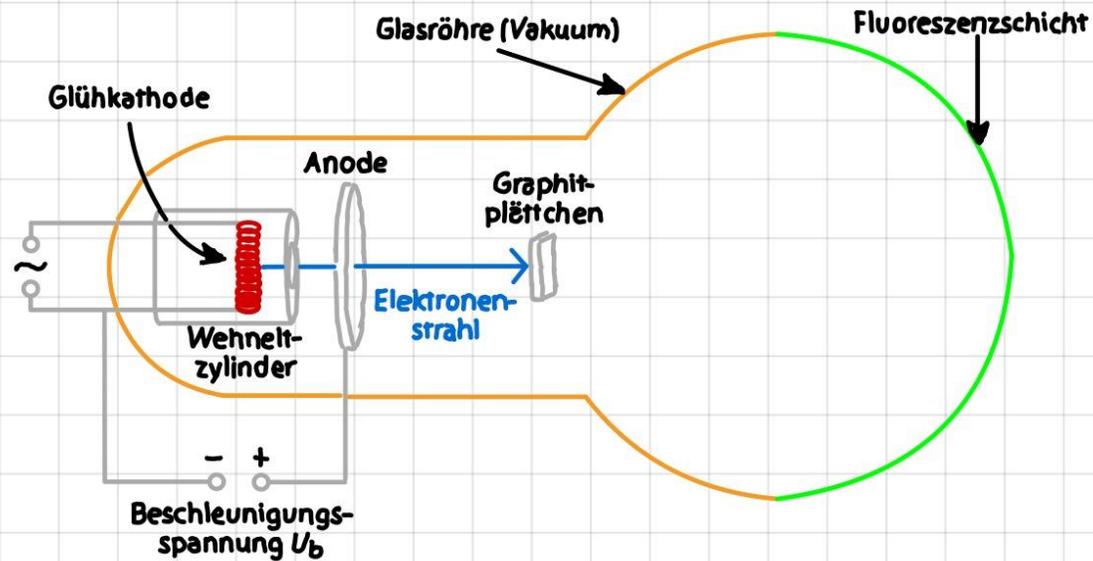
→ $\lambda = \frac{h}{p}$

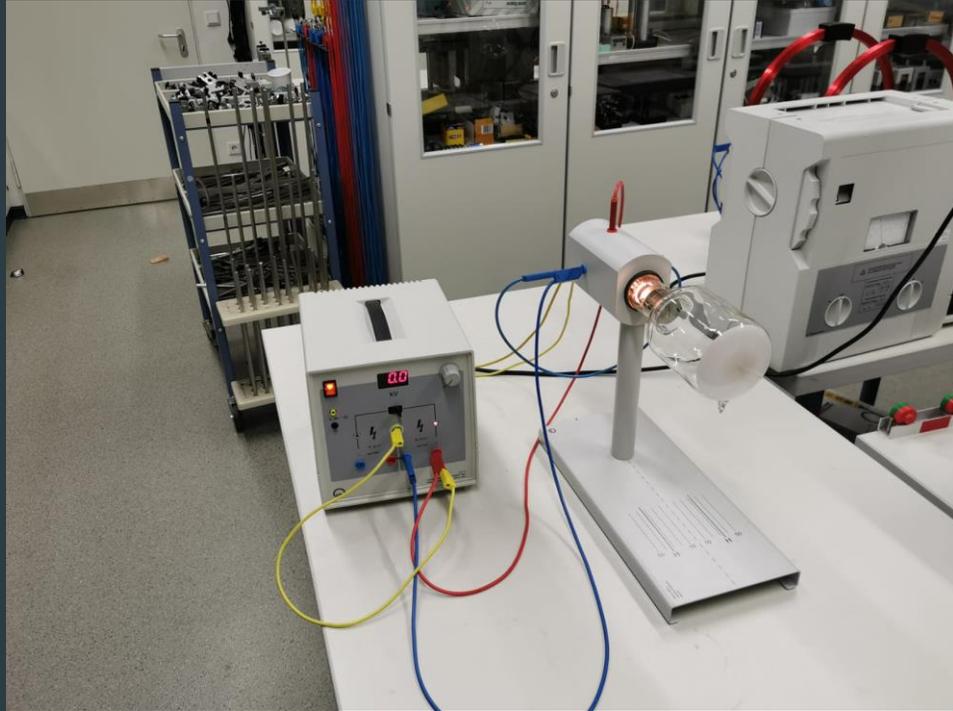
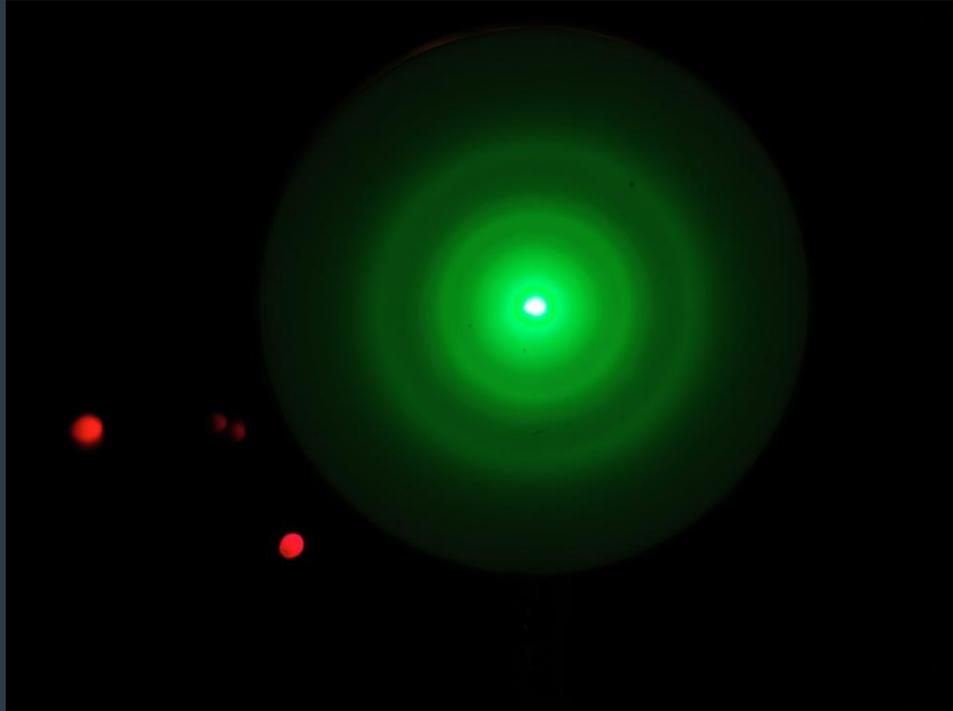
- ▶ Zwischen Frequenz und der Gesamtenergie besteht die Beziehung

→ $E = h \cdot f$

Versuchsaufbau

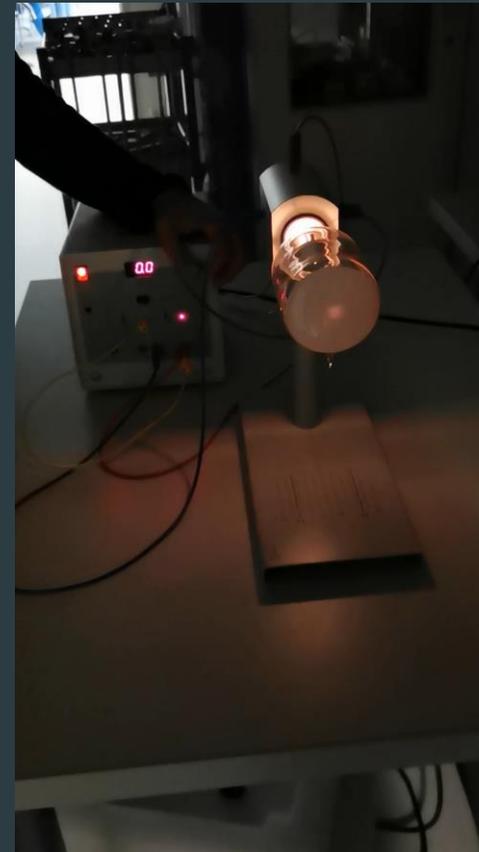
Elektronenbeugungsröhre:





Versuchsdurchführung

- ▶ Elektronen werden in Röhre beschleunigt und treten aus
- ▶ Fliegende Elektronen besitzen eine Geschwindigkeit → kinetische Energie
- ▶ $E_{kin} = \text{Elektrisch}$
- ▶ Beobachtung:
- ▶ In Mitte ein Kreis und nach außen mehrere Ringe
- ▶ Deutung:
- ▶ Klassische Physik: in der Mitte ein Kreis mit abnehmender Intensität
- ▶ Wellentheorie: Kreise werden durch Interferenz erzeugt

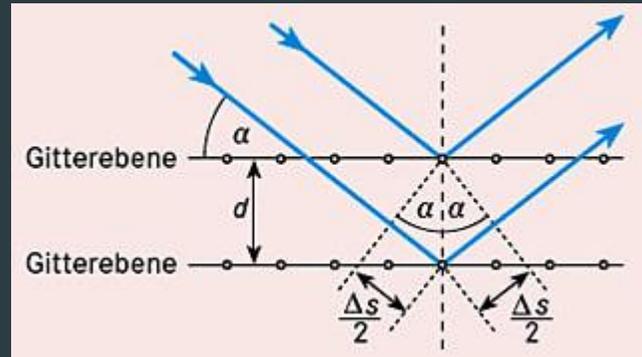


Erläuterungen

- ▶ Graphitschicht besteht aus vielen Einzelkristallen die in alle möglichen Richtungen stehen
 - ▶ Einzelkristall streut Elektronenwelle nur dann, wenn er genau im Glanzwinkel der Braggbeziehung zum einfallenden Strahl steht
- Alle gestreuten Strahlen stehen zum Einfallstrahl also in doppeltem Glanzwinkel

Bragg- Reflexion

- ▶ Polykristalline Graphitschicht besteht aus vielen Minikristallen
- ▶ Interferenzmaximum entsteht durch die Reflexion nur bei den Minikristallen, die mit der Achse der Welle einen Glanzwinkel bilden



Bragg-Reflexion:

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{A}{d}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{A}{d}$$

$$A = \sin(\alpha) \cdot d$$

$\Delta s = 2 \sin(\alpha) \cdot d$ ← untere Welle braucht 2x das Stück A

konstruktive Interferenz:

$$\Delta s = n \cdot \lambda$$

$$n \cdot \lambda = 2 \sin(\alpha) \cdot d \leftarrow \text{maximum}$$

Bedingung an Einfallswinkel für Maxima

Experimentelle Bestimmung der DeBroglie - Wellenlänge

- ▶ Graphitkristall hat zwei Netzebenenabstände d_1 und d_2
- ▶ Die dazugehörigen Radien sind Maxima erster Ordnung
- ▶ Für die Maxima erster Ordnung gilt:

$$\lambda = 2d \cdot \sin(\text{Glanzwinkel})$$

- ▶ Glanzwinkel kann mit Beziehung werden

$$\sin(2 \cdot \text{Glanzwinkel}) = \frac{r}{l} \quad \text{bestimmt}$$

- ▶ Formel zur Berechnung der Wellenlänge:

$$\lambda = \frac{d_{1,2}}{l} \cdot r$$

Legende:

d = Netzebenenabstand im Graphitkristall

r = Radius

l = Abstand Kristall-Leuchtschirm

Berechnung der theoretischen Wellenlänge

- De Broglie Wellenlänge:

$$\lambda_{\text{theo.}} = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_{\text{kin}}}}$$

$$E_{\text{kin}} = e \cdot U_b$$

$$\lambda_{\text{theo.}} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_e \cdot e \cdot U_b}}$$

Legende:

h → Plancksches Wirkungsquantum
↳ $6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

p → Impuls

v → Geschwindigkeit

m_e → Elektronenmasse
↳ $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

E_{kin} → kinetische Energie

U_b → Beschleunigungsspannung

e → Elementarladung
↳ $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Berechnung der Geschwindigkeit

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad E_{\text{kin}} = q \cdot U$$

$$E_{\text{kin}} = E_{\text{kin}}$$

$$q \cdot U = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot U}{m}}$$

Aufgaben

2) Die Wellenlänge eines Elektron lässt sich über $\lambda_{\text{exp.}} = r \cdot d_{1,2} : l$ bestimmen.

Berechnen Sie aus folgenden Daten die Wellenlänge des Elektron.

$l = 0,135 \text{ m}$ (Abstand Kristall-Leuchtschirm)

$d_1 = 213 \text{ pm}$, $d_2 = 123 \text{ pm}$ (Netzebenenabstand im Graphitkristall)

$r_1 = 1,5 \text{ cm}$, $r_2 = 2,5 \text{ cm}$

Hinweis: Zum kleineren Radius r gehört der größere Netzebenenabstand.

geg:

$$l = 0,135 \text{ m} \\ = 13,5 \text{ cm}$$

$$d_1 = 213 \text{ pm}, d_2 = 123 \text{ pm}$$

$$r_1 = 1,5 \text{ cm}, r_2 = 2,5 \text{ cm}$$

$$\lambda_{\text{exp.}} = r \cdot \frac{d_1 \cdot z}{l}$$

$$\lambda_{\text{exp.}} = r_1 \cdot \frac{d_1}{l}$$

$$\lambda_{\text{exp.}} = 1,5 \text{ cm} \cdot \frac{213 \text{ pm}}{13,5 \text{ cm}} \\ \approx \underline{\underline{23,6 \text{ pm}}}$$

$$\lambda_{\text{exp.}} = r_2 \cdot \frac{d_2}{l}$$

$$\lambda_{\text{exp.}} = 2,5 \text{ cm} \cdot \frac{123 \text{ pm}}{13,5 \text{ cm}} \\ \approx \underline{\underline{22,7 \text{ pm}}}$$

Aufgaben

1 Berechnen Sie die DE-BROGLIE-Wellenlänge von Elektronen, die eine Spannung von 1 V, 100 V und 1000 V durchlaufen haben. Bestimmen Sie jeweils die Geschwindigkeit, den Impuls und die kinetische Energie der Elektronen!

mit 100V

1.

$$\lambda_{\text{theo.}} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_e \cdot c \cdot U_0}}$$

$$\lambda_{\text{theo.}} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 100 \text{ V}}}$$

$$\approx 1,22 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot U}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 100 \text{ V}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}}$$

$$\approx 5929994,53 \text{ m/s}$$

$$\approx 5930 \text{ km/s}$$

$$p = m \cdot v$$

$$p = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 5929994,53 \text{ m/s}$$

$$\approx 5,45 \cdot 10^{-24} \text{ N}\cdot\text{s}$$

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (5929994,53 \text{ m/s})^2$$

$$\approx 1,6 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

Quellen

- ▶ Schulbuch Kuhn Physik
- ▶ <https://virtuelle-experimente.de/elektronenbeugung/wellenlaenge/de-broglie-wellenlaenge.php>