Grundlage dieser Ausführungen ist ein Gokart aus dem Kindersportbereich (Hyperlink auf „Hersteller“-Website). Solche Gokarts werden die Testfahrzeuge eines in der Entwicklung befindlichen Leistungsprüfstandes. Aktuell liegt ein lauffähige Gokart mit Standard-Verbrennungsantrieb vor und kann messtechnisch durch DMS und Hall-Sensor erfasst werden (Drehmoment und Drehzahl an der Hinterachse). Der Motor ist mit einer Maximalleistung (Brutto) von $6{,}5\ PS\ /\ 4{,}8\ kW$ angegeben. In der hier behandelten Aufgabenstellung geht es aus Analyse- und Simulationszwecken um die Frage, **wo herrscht und wirkt welches Trägheitsmoment**.

1.1. Anordnung und Definition der Abschnitte des Antriebssystems

Zwar sind die geometrischen Abmaße keineswegs dokumentiert, sodass man Trägheitsmomente nicht immer aus CAD-Modellen ermitteln kann, dennoch gibt es im Internet aber Zusammenbauzeichnungen, sodass man sich wenigstens ein Bild machen kann, wie etwas montiert und angeordnet ist. Auf den Seiten im Querformat wird versucht darzustellen, welche Bestandteile in einem gemeinsamen Abschnitt für weitere Berechnungen zusammengehören.

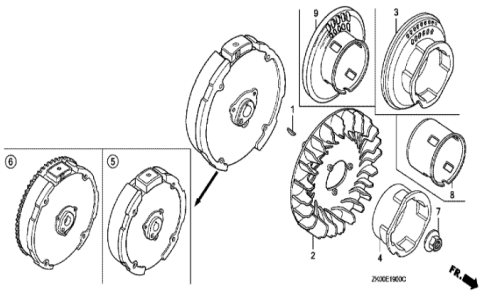
Link zu den Zusammenbauzeichnungen:
https://www.honda-engines-eu.com/HE_Engines_EPCWeb/engines/mto_mps_printPL.jsp?lang=DE&model=GX200&type=RHQ4&npl=10ZK001&nserepcfr=1900001&nserepcto=8999999

Link zum Datenblatt, was einen Ausschnitt aus der Motorkennlinie besitzt und einige Zeichnungsansichten:
https://www.honda-engines-eu.com/documents/10912/15980/TS_GX200

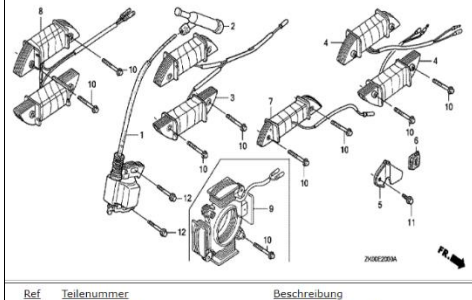
1.1.1. Motorseite und deren zwangsweise zugehörigen Trägheitsmomente

Von der Kurbelwelle werden die folgenden Bestandteile mitangetrieben:

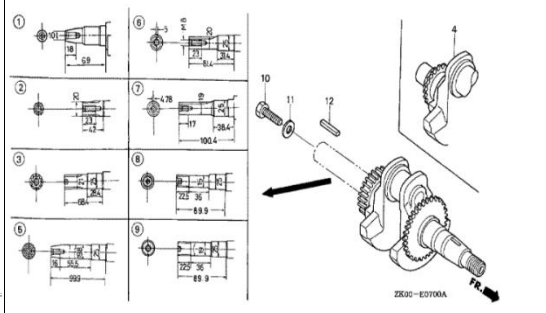
Schwungscheibe und Lüfter	Zündspulenrotor	Kurbelwelle	Pleuel und Kolben



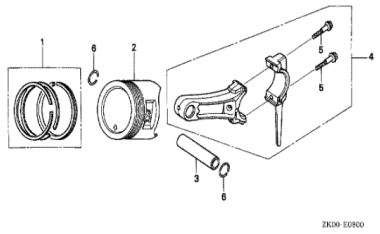
Ref	Teilenummer	Beschreibung
001	13331-357-000	SPEZIALSCHEIBENKEIL, 25X18
002	19511-ZE1-000	KUEHLVENTILATOR
004	28451-ZL0-000	ANLASSERRIEMENSCHEIBE
005	31100-ZE7-010	SCHWUNGRAD KOMPL. (STD.)
007	90201-878-003	SPEZIALMUTTER, 14MM
008	28451-ZL0-801	ANLASSERRIEMENSCHEIBE



Ref	Teilenummer	Beschreibung
001	30500-ZE1-043	ZUENDSPULE KOMPL.
001	30500-ZE1-053	ZUENDSPULE KOMPL.
001	30500-ZE1-063	ZUENDSPULE KOMPL.
002	30700-ZE1-013	ZUENDKERZENSTECKER (NICHIWA Y-EZ RTFM256
012	90121-952-000	FLANSCHENSCHRAUBE, 6X25 (CT200)

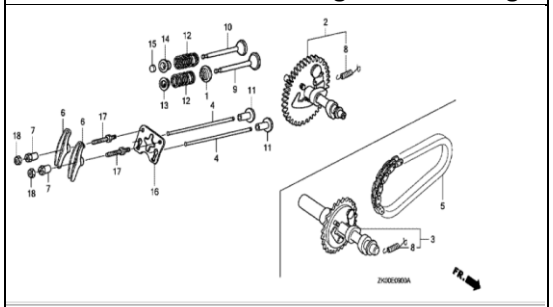


Ref	Teilenummer	Beschreibung
006	13310-Z0V-880	KURBELWELLE KOMPL.
006	13310-ZL0-020	KURBELWELLE KOMPL.



Ref	Teilenummer	Beschreibung
001	13010-ZL0-003	KOLBENRING SATZ (STD.) (TEIKOKU)
001	13010-ZL0-004	KOLBENRING SATZ (STD.) (NIPPON)
001	13011-ZL0-003	KOLBENRING SATZ (0.25) (TEIKOKU)
001	13011-ZL0-004	KOLBENRING SATZ (0.25) (NIPPON)
001	13012-ZL0-003	KOLBENRING SATZ (0.50) (TEIKOKU)
001	13012-ZL0-004	KOLBENRING SATZ (0.50) (NIPPON)
001	13013-ZL0-003	KOLBENRING SATZ (0.75) (TEIKOKU)
001	13013-ZL0-004	KOLBENRING SATZ (0.75) (NIPPON)
002	13101-ZL0-010	KOLBEN (STD.)
002	13102-ZL0-010	KOLBEN (0.25)
002	13103-ZL0-010	KOLBEN (0.50)
002	13104-ZL0-010	KOLBEN (0.75)
003	13111-ZE1-000	KOLBENBOLZEN
Ref	Teilenummer	Beschreibung
004	13200-ZE1-010	PLEUELSTANGE KOMPL. (STD.)
005	90001-ZE1-000	SCHRAUBE, PLEUELSTANGE
006	90551-ZE1-000	SICHERUNG, KOLBENBOLZEN, 18MM

Nockenwelle und notwendige Übersetzung

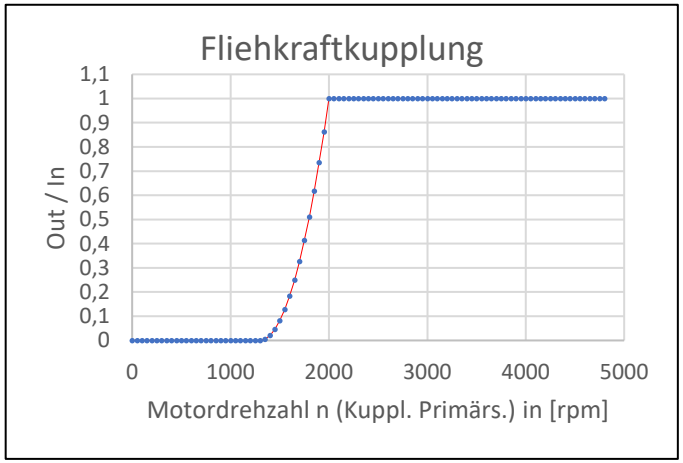


Ref	Teilenummer	Beschreibung
001	12209-ZH8-003	DICHTUNG, VENTILSCHAFT
002	14100-ZL0-000	NOCKENWELLE KOMPL.
004	14410-ZE1-010	SCHUBSTANGE
006	14431-ZE1-000	KIPPHEBEL, VENTIL
007	14451-ZE1-013	ZAPFEN, KIPPHEBEL
008	14568-ZE1-000	RUECKHOLFEDER, GEWICHT
009	14711-ZF1-000	VENTIL, EINLASS
010	14721-ZF1-000	AUSPUFFVENTIL
011	14731-ZL0-000	VENTILHEBER
012	14751-ZF1-000	VENTILFEDER
013	14771-ZE1-000	TELLER, EINLASSVENTILFEDER
014	14773-ZE1-000	HALTER, AUSPUFFVENTILFEDER
015	14781-ZE1-000	ROTOR, VENTIL
Ref	Teilenummer	Beschreibung
016	14791-ZE1-010	FUEHRUNGSPLATTE, SCHUBSTANGE
017	90012-ZE0-010	DREHBOLZEN, 8MM
018	90206-ZE1-000	EINSTELLMUTTER, ZAPFEN

Zwar müsste die Nockenwelle als extra abgegrenzte Stufe betrachtet werden, weil dort auch wieder eine Übersetzung existiert und an der Stelle der Motorachse (z. B.) eben nicht genau gesagt werden kann, „ok, + Trägheitsmoment der Nockenwelle und Bestandteile ...“. Es wird jedoch angenommen, dass dieser Fehler im Vergleich zu allen anderen Trägheiten nicht nennenswert ins Gewicht fällt. Stattdessen wird „so getan“, als würden die Trägheiten der Nockenwelle mit im Motor stecken.

Auf Grund der fehlenden Geometrien und mangelnden Möglichkeit, die Bestandteile auszubauen und zu vermessen / wiegen, muss das Trägheitsmoment des Motors alternativ bestimmt werden.

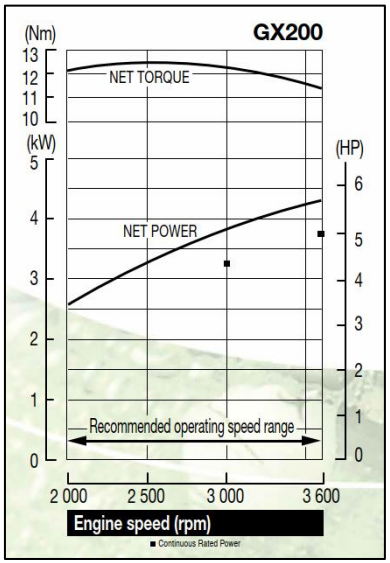
An der Kurbelwelle ist eine automatische Fliehkraft-Lamellenkupplung (ölgebadet) angeflanscht (vgl. nächsten Abschnitt). Das bedeutet, dass die Kurbelwelle in jedem Fall die Primärseite der Kupplung mitdrehen muss. In einem nahezu unbekanntem Drehzahlbereich existiert daraus resultierend ein Schlupfbereich, in dem der Kopplungsfaktor zwischen Kupplungs-Primärseite und -Sekundärseite mit quadratischem Verlauf $\left(Fliehkraft\ F_z = \frac{m \cdot v^2}{r}\right)$ von 0 nach 1 ansteigt. Literaturrecherche ergibt, dass die vollständige Einkuppel-Drehzahl normalerweise zwischen $1800\ rpm\ und\ 2200\ rpm$ – motorseitig – liegt. Der genaue Wert wird je nach Anfahrverhalten vom Hersteller des Karts eingestellt und ist nicht dokumentiert.



Als Hinweis kann genutzt werden:

Wenn das Gokart warmgelaufen ist – und somit das Motor- und Kupplungsöl dünnflüssig sind –, besitzt der Motor eine Leerlaufdrehzahl von ca. $1440\ rpm$ (mit Soundprobe & FFT gemessen) und das Kart mit dem Eigengewicht von $80\ kg$ beginnt nicht zu rollen. Somit kann erwartet werden, dass der Beginn des steigenden quadratischen Astes der Kupplungskennlinie nicht oder nur sehr wenig vor $1500\ rpm$ beginnt (vgl. schematisches Diagramm links).

Das erste Paket der rotierenden trägen Massen des Motors beinhaltet somit die Kurbelwelle, die Nockenwelle, die Schwungscheibe, das Lüfterrad, die Zündspulen und den Anker, die primäre Seite der Fliehkraftkupplung und deren Ritzel $(z_1 = 14)$ und sonstige Befestigungsmittel. Ab der vollständigen Kuppeldrehzahl beinhaltet es ebenfalls die Sekundärseite der Kupplung und die darin enthaltenden Reib- oder Druckplatten.
Dieses Paket wird unter dem Zeichen J_M (M für Motor) zusammengefasst und wird auf Grund der Kupplung während einer Beschleunigung nicht konstant sein.

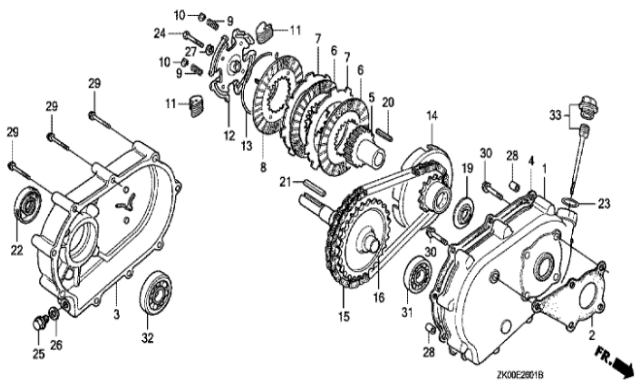


Hinweise zur Motorisierung:
Entsprechend der Zusammenbauzeichnungen handelt es sich bei dem betrachteten Motor um einen HONDA GX200 „Wald und Wiesen-Rasenmähermotor“ der so oder in anderen Varianten in vielen Garten- oder landwirtschaftlichen Geräten verbaut wird. Die einzige Dokumentation über eine Motorkennlinie ist ein Drehzahlausschnitt aus dem Datenblatt. In unserer Anwendung kann man – wie bereits erwähnt – von einer Leerlaufdrehzahl von $n_0 = 1440\ rpm$ an der Kurbelwelle und einer maximalen Drehzahl von $n_{max,HA} = 950\ rpm$ an der Hinterachse ausgehen, was zu einer Motordrehzahl von $n_{max,M} = 4750\ rpm$ führt. Demnach ist ein Drehmomentmaximum von $M_{max,M} = 12{,}5\ Nm\ bei\ n_{M,max} = 2500\ rpm$ zu erwarten (Diagramm rechts). Zwischen Kurbelwelle und Kupplungsgehäuse-Ausgangswelle existiert die Übersetzung $i_{KG} = 2$ (KG - Kupplungsgehäuse) und zwischen Kupplungsgehäuse-Ausgangswelle und Hinterradachse (Antriebsachse) existiert eine Übersetzung von $i_{eKG} = 2{,}5$ (eKG - externes Kettengetriebe).

1.1.2. Kupplungsgehäuse und deren zwangsweise zugehörigen Trägheitsmomente

Über eine Kettenübersetzung werden die folgenden Bestandteile der Fliehkraftkupplungs-Sekundärseite angetrieben:

Sekundärseite Fliehkraftkupplung und K-Getriebeausgangswelle



Ref	Teilenummer	Beschreibung
001	21510-883-621	GEHAEUSE, REDUKTION
002	21591-ZH8-620	DICHTUNG, REDUKTIONSGEHAEUSE
003	21610-822-611	DECKEL, REDUKTION
004	21691-ZH8-800	DICHTUNG, GETRIEBEDECKEL
005	22121-883-620	KUPPLUNGSNABE
006	22201-822-610	RIEBSCHEIBE, KUPPLUNG
007	22311-822-610	KUPPLUNGSPLATTE
008	22350-822-610	DRUCKPLATTE KOMPL., KUPPLUNG
009	22411-822-611	FREIFEDER, KUPPLUNG
010	22421-822-610	HALTER, KUPPLUNGSFEDER
011	22521-822-610	KUPPLUNGSGEWICHT
012	22531-883-620	HALTER, KUPPLUNGSGEWICHT
013	22535-822-610	MITTELTEIL, KUPPLUNGSGEWICHT
Ref	Teilenummer	Beschreibung
014	23120-883-620	ANTRIEBSKETTENRAD KOMPL.
015	23161-822-611	ANTRIEBSKETTE (RK428SH-36LE)
016	23711-822-610	WELLE KOMPL., P.T.O. (28T)
019	90403-883-620	DRUCKSCHEIBE, 20MM
020	90741-883-621	KEIL, 5MM

Zunächst: Die Sekundärseite der Fliehkraftkupplung treibt die zugehörige Antriebskette, das Kettenrad ($z_2 = 28$), Lagerschalen, die Kupplungsgehäuse-Ausgangswelle und das darauf angeflanschte Antriebsritzel des externen - von außen sichtbaren - Kettengetriebes an, welches nicht in der Explosionszeichnung enthalten ist.

Während des Betriebes und einer Beschleunigung ändert sich die Zuordnung der Sekundärseite der Kupplung. Weit unterhalb der Kuppeldrehzahl kann der Metallkorpus dem Trägheitsmoment des Kupplungsgehäuses zugeordnet werden, da er zunächst von der Kurbelwelle entkoppelt ist. Mit steigender Drehzahl verschiebt sich das Trägheitsmoment der Sekundärseite mehr und mehr zur Kurbelwelle hin, da dort letztendlich eine drehzahlabhängige, kraftschlüssige Verbindung aufgebaut wird. Die Abtriebsseite im Kupplungsgehäuse wird um $J_{Kupp.,Sek.}$ „leichter“ und das Trägheitsmoment der Kurbelwelle / des Motors um $J_{Kupp.,Sek.}$ schwerer.

Dieser transiente Effekt soll unberücksichtigt bleiben.

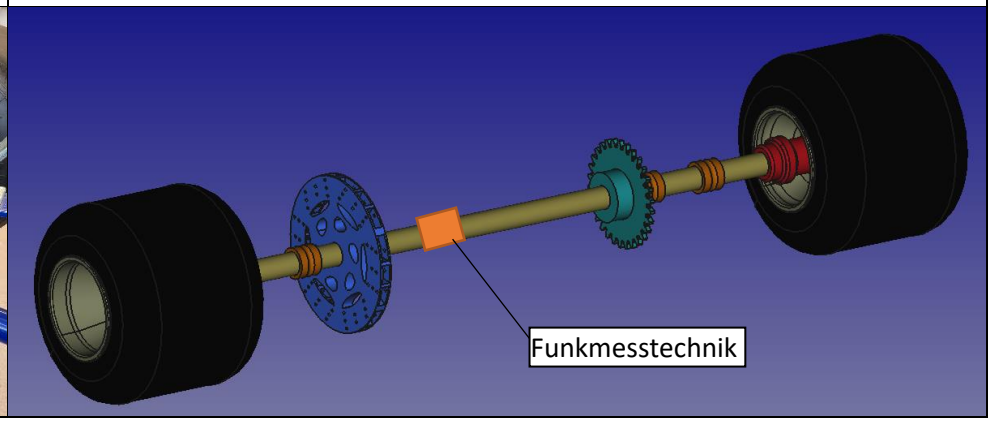
Dieses Paket wird unter dem Zeichen J_{KG} (KG für Kupplungsgehäuse) zusammengefasst und wird theoretisch - auf Grund der Kupplung - während einer Beschleunigung ebenfalls nicht konstant sein.

1.1.3. Antriebs- / Hinterachse und deren zwangsweise zugehörigen Trägheitsmomente

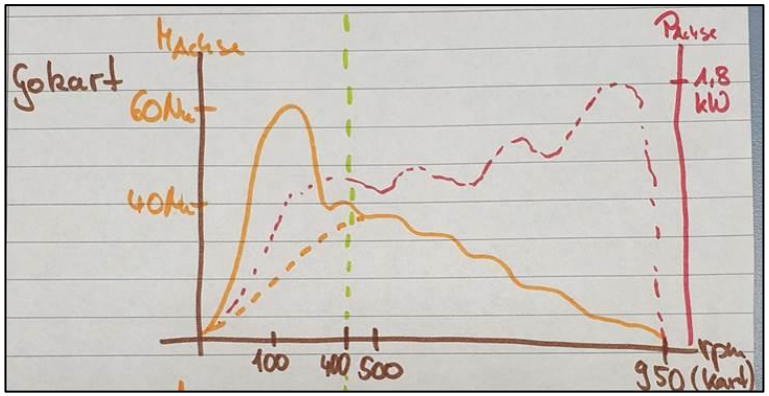
Auf der Hinterachse werden die folgenden Bestandteile beschleunigt:

Durch die Kraftübertragung im externen Kettengetriebe werden die Hinterradachse, zwei Gokart-Reifen samt Alufelge, drei Radialrillenkugellager-innenschalen, das Kettenrad selbst, eine Bremsscheibe und zwei Aluminium-Radnaben beschleunigt.

Diese Trägheiten sind im Paket J_{HA} zusammengefasst. Durch eine CAD-Modellierung konnte überschlagen werden, dass dieser Wert ca. $J_{HA} = 0.0554\ kgm^2$ betragen sollte (vgl. rechtseitige Abbildung). Im Falle der Hinterachse konnte ungefähre Maße entnommen werden, da die Baugruppe frei zugänglich ist.

externes Kettengetriebe und Hinterachse	CAD-Modell der Hinterachse
	

Weitere Hinweise:
Die Messtechnik auf der Hinterradachse ist einseitig angebracht. Das bedeutet, dass das Drehmoment und die Drehzahl linkseitig vom Kettenrad (Türkis) aufgezeichnet werden. Findet eine schlupffreie Fahrt statt (davon wird ausgegangen, a) zur Vereinfachung, b) durch super griffige Reifen, die man nicht zum Durchdrehen bekommt), kann man davon ausgehen, dass sich das Gesamtmoment der Hinterachse durch Multiplikation der Messwerte mit zwei ergibt. Durch Fahrversuche und nachträgliche messtechnische Auswertung stellt man bei einer reinen Beschleunigungsfahrt – aus dem Stand – die rechts abgebildeten, qualitativen Verläufe fest. Die Drehzahlen sind die Drehzahlen der Hinterachse (Motordrehzahl Faktor 5!; $(2 \cdot 2{,}5)$). Die grün gestrichelte Linie stellt den ungefähren punkt der vollen Koppelung der Fliehkraftkupplung dar. Bei einer HA-Drehzahl von $500\ rpm$ misst man so ungefähr $30 +\ Nm$ Drehmoment, was durch Multiplikation mit zwei (Gesamt-Hinterachse) und ein Fünftel (Gesamtübersetzung) zu ungefähr $12\ Nm$ an der Motorwelle ergeben sollte. Dies erscheint mit Blick auf den Motorkennlinienauszug erst einmal plausibel. Nach wochenlanger Recherche und Fachsimpelei konnten die starken / hohen Drehmomente in den tiefen Drehzahlen mit einer Art Drehmomentüberhöhung bei Lastsprüngen erklärt werden. In einem Buch (*Roloff / Matek Maschinenelemente*) für Nietverbindungen, wird dies bestätigt: *„…es sind jedoch Momentüberhöhungen durch den Ungleichförmigkeitsgrad des Motors und die Art des Einkuppelns zu berücksichtigen. So kann bei schlagartigem Einkuppeln ein … zwei- bis dreifach höheres Moment auftreten.“* Bei voll durchgetretenem Gaspedal tourt der Motor zügig hoch, kriegt im steilen Ast der quadratischen Kupplungskennlinie aber ein Lastsprung auferlegt, der solange andauert, bis die Motordrehzahl die Last geschleppt und soweit beschleunigt hat, dass die Kurbelwellendrehzahl stabil über $2000\ rpm$ liegt.



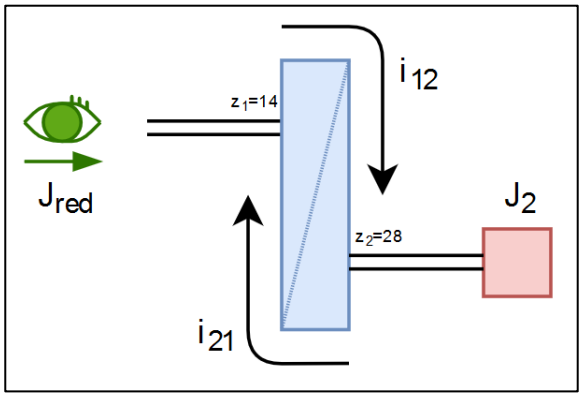
Entgegen der langanhaltenden Fragezeichen bei dem gemessenen Drehmomentverlauf waren die Leistungswerte von Grund auf plausibel. Durch das Messsystem wird eine Gesamtleistung der Hinterachse von $P_{HA} = 2 \cdot P_{Mess}$ gemessen bzw. kalkuliert. Bei Beschleunigungsfahrten ergibt sich an der Hinterachse eine Gesamtleistung von ca. $3{,}6\ kW$. Betrachtet man den theoretischen Wert des Motors mit $4{,}8\ kW$ (aus $6{,}5\ PS$ maximal), so wird deutlich, dass der Wirkungsgrad ca. $75\ \%$ beträgt, was laut Literatur plausibel für solch einen Motor mit nachgeschaltetem Getriebe ist $(70 \ldots 80\ \%)$.

Im Zuge dieser Drehmomentüberhöhung erwartet man während der Beschleunigungsphase unterhalb der vollständigen Kuppeldrehzahl ein nicht konstantes Trägheitsmoment und ebenfalls ein sehr hohes (hohes Moment durch wenig Winkelbeschleunigung). Oberhalb der vollständigen Kuppeldrehzahl erwartet man ein konstantes Trägheitsmoment, was sich aus schrumpfenden Drehmomenten und ebenfalls schrumpfenden Winkelbeschleunigungen ergibt. Zur Erinnerung:

$$P_{rot} = M \cdot \omega$$
$$M = J \cdot \alpha$$
$$\alpha = a_T \cdot r$$
$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$$

1.2. Reduzierung des Trägheitsmomentes

Entsprechend der Gesetze und Wirkungsweisen bei rotierenden Massen, müssen die effektiven Trägheitsmomente auf einen Bezugspunkt definiert und zusammengestellt werden. In der folgenden Abbildung müssen alle folgenden Trägheitsmomente hinter Getriebestufen auf den gewählten Betrachtungsort „reduziert“ werden, weil man in übersetzten Systemen eben nicht die Gesamtträgheit durch die simple Summe aller Einzelträgheiten ermitteln kann. Möchte man beurteilen, welches Trägheitsmoment linksseitig des Getriebes an Welle 1 überwunden / beschleunigt werden muss, so kann man durch eine Art Leistungserhaltung zum folgenden Verhältnis gelangen (unten, fett gedruckt):



Die Leistung der direkten Beschleunigung von J_2 auf der rechten Seite muss gleich der Leistung sein, die notwendig ist, wenn man J_2 über die Getriebestufe und an der linken Welle beschleunigt (Verlustlosigkeit angenommen)

Befindet sich das betrachtende **Auge auf der rechten Seite** so ergibt sich das „sichtbare“ Trägheitsmoment eben zu J_2, weil die Wellen und das Getriebe keine Massen besitzen bzw. in den verschiedenen J’s schon drinstecken / enthalten sind. (Annahme).

Befindet sich das betrachtende **Auge auf der linken Seite** liegt die Getriebestufe dazwischen und es folgt aus der Gleichgewichtsbedingung der Leistung:

$$P_{red} == P_2$$

$$M_{red} \cdot \omega_1 = M_2 \cdot \omega_2$$

$$J_{red} \cdot \alpha_1 \cdot \omega_1 = J_2 \cdot \alpha_2 \cdot \omega_2$$

$$J_{red} \cdot \frac{\Delta\omega_1}{\Delta t} \cdot \omega_1 = J_2 \cdot \frac{\Delta\omega_2}{\Delta t} \cdot \omega_2$$

$$mit\ \omega_1 = i_{12} \cdot \omega_2\ (Getriebe\ddot{u}bersetzung) folgt, \ldots$$

$$J_{red} \cdot \frac{i_{12} \cdot \Delta\omega_2}{\Delta t} \cdot i_{12} \cdot \omega_2 = J_2 \cdot \frac{\Delta\omega_2}{\Delta t} \cdot \omega_2$$

$$J_{red} \cdot (i_{12})^2 = J_2\ und\ demnach\ \boldsymbol{J_{red}} = \frac{\boldsymbol{J_2}}{\boldsymbol{(i_{12})^2}}$$

Geht man mit anhand dieser Grundlage in die Anordnung des betrachten Prüflings / DUT, so ergäben sich folgende Möglichkeiten:

1.2.1. Variante A) Der Betrachtungspunkt liegt auf der Kurbelwelle / Motorwelle:

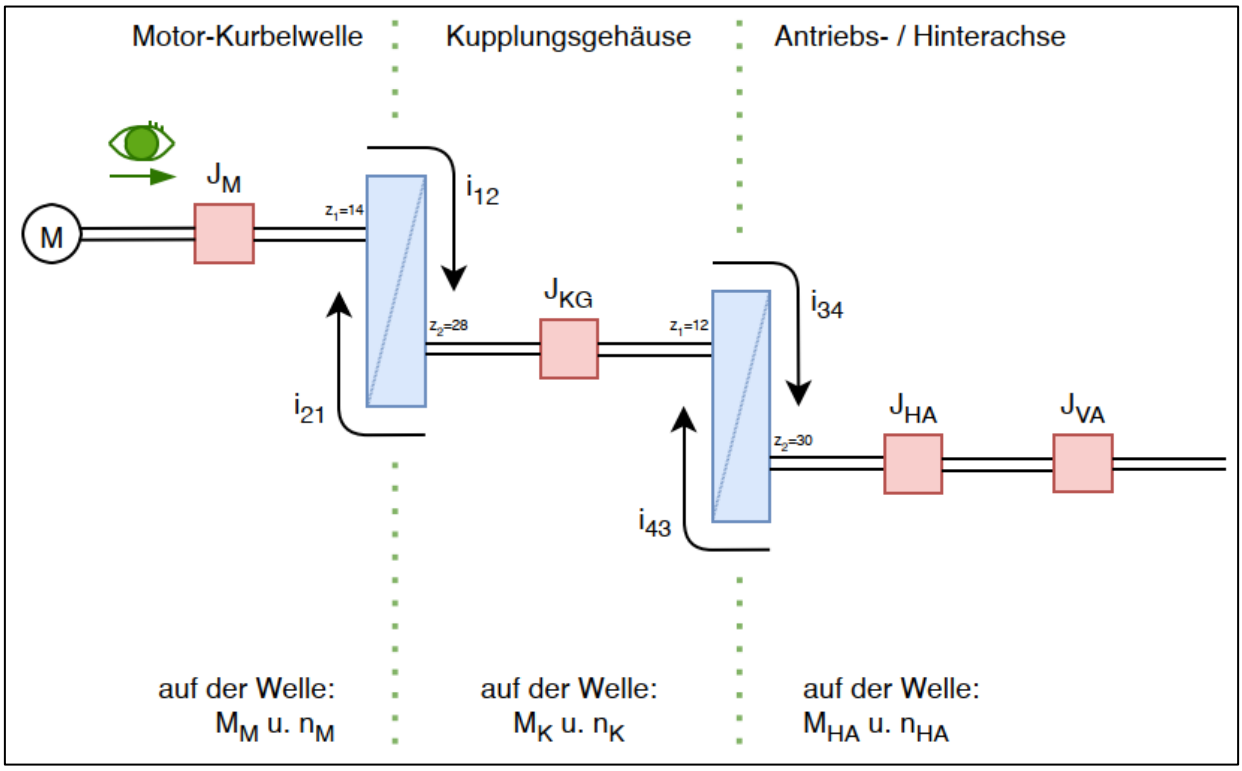


Abb. 1: Variante A - Betrachtungspunkt auf Motorwelle

Theoretischerweise ergibt sich ein an der Motorwelle sichtbares, reduziertes Trägheitsmoment zu:

$$J_{red,M} = J_M + \frac{J_{KG}}{(i_{12})^2} + \frac{(J_{HA} + H_{VA})}{(i_{12} \cdot i_{34})^2}$$

1.2.2. Variante B) Der Betrachtungspunkt liegt auf der Ausgangswelle im Kupplungsgehäuse:

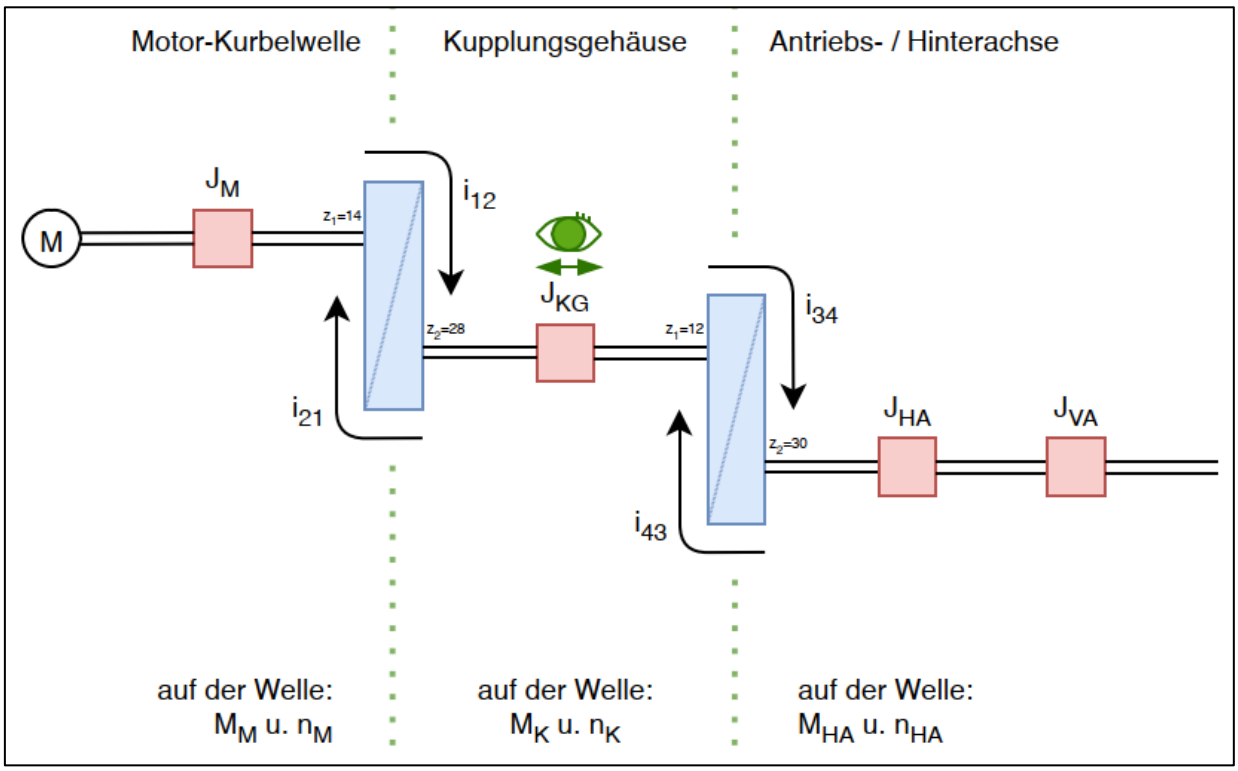


Abb. 2: Variante B - Betrachtungspunkt auf Ausgangswelle im Kupplungsgehäuse

Theoretischerweise ergibt sich ein an der KG-Ausgangswelle sichtbares, reduziertes Trägheitsmoment zu:

$$J_{red,KG} = J_{KG} + J_M \cdot (i_{12})^2 + \frac{(J_{HA} + H_{VA})}{(i_{34})^2}$$

Hinweis: das Teilen durch $(i_{21})^2$ ist das gleiche wie die Multiplikation mit $(i_{12})^2$

1.2.3. Variante C) Der Betrachtungspunkt liegt auf der Hinterachse / Antriebsachse:

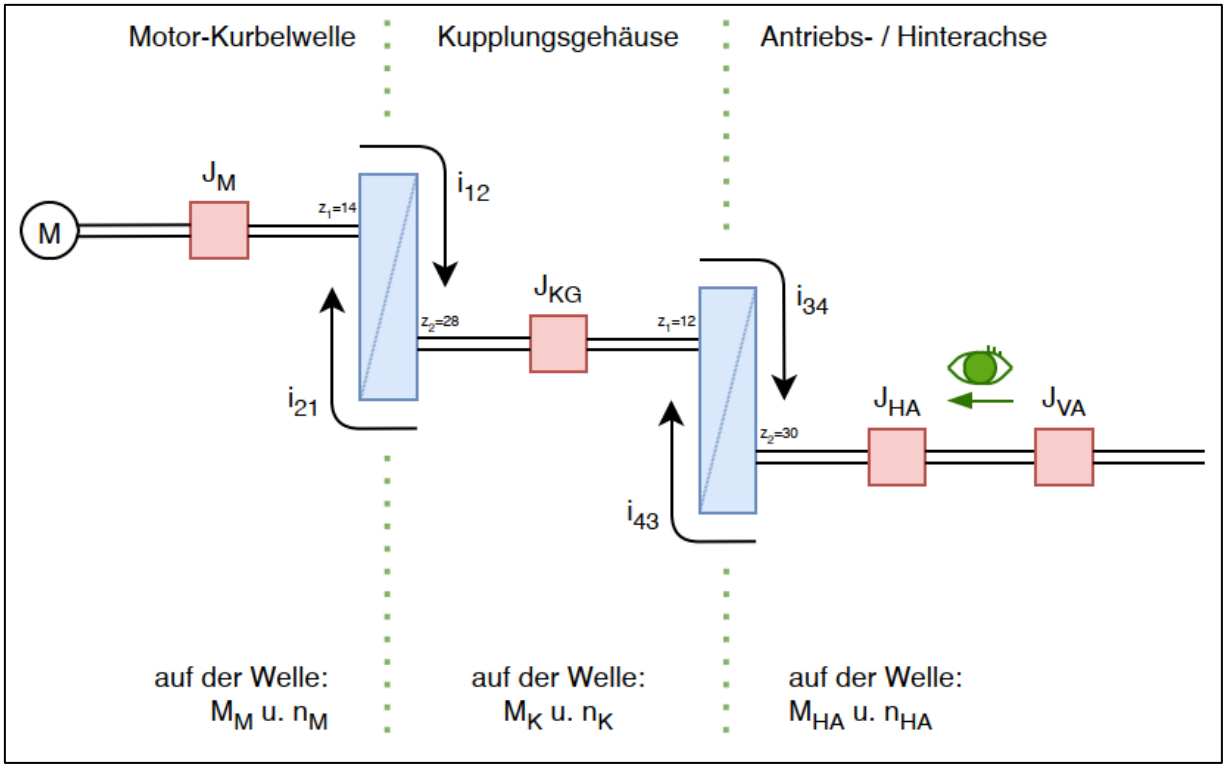


Abb. 3: Variante A - Betrachtungspunkt auf Motorwelle

Theoretischerweise ergibt sich ein an der Hinterachse sichtbares, reduziertes Trägheitsmoment zu:

$$J_{red,HA} = (J_{HA} + J_{VA}) + J_{KG} \cdot (i_{34})^2 + J_M \cdot (i_{12} \cdot i_{34})^2$$

Denkt man an die via CAD ermittelte Trägheit der Hinterachse $(J_{HA,CAD} = 0.0554\ kgm^2)$,

- bedenkt, dass noch Vorderräder hinzukommen (muss ich noch in CAD nachbauen),
- bedenkt, dass einzelne Elemente im Kupplungsgehäuse in Summe und in CAD so ungefähr $(J_{KG,CAD} = 0.0015\ kgm^2)$ ergeben haben,

→ so erwartet man definitiv ein in Summe höheres Trägheitsmoment von ca. $(J_{red,M} \geq 0.067\ kgm^2)$
(0.01 für Vorderräder abgeschätzt)

Insofern die Theorie. In Vorüberlegung erwartet man demnach in Variante C den größten Wert einer reduzierten Trägheit.

1.3. Tatsächliche Messwerte und nachfolgende Analyse

Im Rahmen erster Datenerfassungen und Tests der Messtechnik an der Hinterachse existieren Datensätze von Straßenfahrten, die sowohl $(0 \rightarrow v_{max})$ - Beschleunigungen, anschließende aktive maximal-Bremsvorgänge oder anschließende Ausrollvorgänge enthalten. Es existieren ebenso Datensätze, in denen Das Gokart aufgebockt wurde und alle Räder frei beweglich in der Luft hängen. In diesem Zustand wurde ebenfalls ein „Ausrollversuch“ aufgezeichnet. Nach „rucki-zucki“-Beschleunigung auf die Maximaldrehzahl wurde

a) Schlagartig das Gaslosgelassen und die sich zwangsweise einstellende Motorbremse sorgt für den Drehzahlabfall (weiterhin anhaltende Explosionen im Kolbenraum nach Gaswegnahme)
b) Schlagartig die Zündung ausgestellt und nur die innere Reibung sorgt für den Drehzahlabfall (keine weiteren Explosionen im Kolbenraum, während der Drehzahlabnahme)

Hinweis: Zur Erinnerung – Ziel dieser Übung ist es herauszufinden, wo und wann welches Trägheitsmoment wirkt und diese dann zu quantifizieren, damit am entstehenden Simulationsmodell weitergearbeitet werden kann.

1.3.1. Möglichkeit 1 – Ausrollversuch auf Straße

Per Definition ergibt sich bei der Ermittlung der Fahrwiderstände durch Ausrollversuch folgender Zusammenhang

$$F_A = F_B + F_{wind} + F_{Roll} + F_{Steig}$$

(F_A Antriebskraft des Motors; F_B tatsächlich wirksame Beschleunigungskraft des Fahrzeuges bzw. Trägheitskraft die überwunden werden muss, um zu beschleunigen; F_{Wind} Windwiderstand (mit Geschwindigkeit zunehmend); F_{Roll} Rollwiderstand (meistens mit steigender Geschwindigkeit nahezu konstant); F_{Steig} Steigungswiderstand (aus Gefälle oder Anstieg))

Es gilt bei Motor-Aus und ebene Fahrbahn:

$$F_A = F_{Steig} = 0\ Nm$$

$$F_B = F_{B,trans} + F_{B,rot} = m \cdot a_T + \frac{J \cdot \alpha}{r} \quad mit\ a_T = \alpha \cdot r \quad \rightarrow F_B = m \cdot \alpha \cdot r + \frac{J \cdot \alpha}{r} = \left(m \cdot r + \frac{J}{r}\right) \cdot \alpha$$

Darauf folgt:

$$F_B = -(F_{wind} + F_{Roll}) = \left(m \cdot r + \frac{J}{r}\right) \cdot \alpha$$

Es gilt ferner:

$$F_W = F_{Wind} + F_{Roll} = f(n) = A \cdot n^2 + B \cdot n + C$$

Theoretischerweise kann man also anhand der Drehzahl-Ausrollkennlinie die negative Winkelbeschleunigung ermittelt und erhält so durch Anschlussrechnung mit der Gesamtmasse (Fahrer + Fahrzeug $\approx 160\ kg$) und dem Trägheitsmoment eine quantitative Aussage über die Fahrwiderstände (F_W) als Funktion der Drehzahl.
Ziel der Übung könnte sein, dass man die Koeffizienten des sich einstellenden quadratischen Verlaufes (Koeffizienten der quadratischen Funktion) bestimmt und somit eine charakteristische Beschreibung des Fahrzeuges und der Fahrwiderstände hat **ohne** solche Details wie c_w-Wert, A-Wind, f_R-Roll und und und kennen zu müssen. Eine gängige Praxis.
In diesem Fall ist ja aber das J unbekannt. Ich erhalte also nie korrekte Werte für den Fahrwiderstand, wenn ich das Trägheitsmoment nicht kenne.

Und darauf aufsetzend ist es noch entscheidend: Ja welches von den betrachteten J's wirkt denn auch bzw. muss ins Kalkül gezogen werden. Variante A, Variante B oder Variante C (vgl. Abschnitt 1.2)?
Meine Annahme bis jetzt ist, dass die Fahrwiderstände effektiv an den Hinterrädern angreifen, weil sie beim Ausrollen die Bewegung der gesamten Masse verzögern wollen. Die noch rotierenden Massen und die Gesamtmasse ihrerseits setzen dieser Verzögerung ihre eigene Trägheit entgegen und wollen – sofern es keine Fahrwiderstände geben würde – unverzögert, unendlich lange rollen. Ich nehme also an, da die Messung von Drehmoment und Drehzahl immer an der Hinterachse geschieht, dass in dem Ausrollfall Variante C zu berücksichtigen ist und man somit das effektiv größte überhaupt mögliche Trägheitsmoment beachten muss $J_{red,HA}$.

Dennoch fehlt eine Gleichung: Die Fahrwiderstände kann man nur korrekt ermitteln, in dem man den ominösen Masse-Zuschlagsfaktor ansetzt oder eben genau die Einzelträgheiten kennt. Nur dadurch erhält man dann korrekte Koeffizienten der quadratischen Widerstandsfunktion. Der Massezuschlagsfaktor mag für PKWs gut ermittelt wurden sein, aber ich bezweifle, dass ich Genauigkeit der weiteren Ergebnisse erhalte, wenn ich solche tabellarischen Faktoren für ein Gokart aus dem Kindersport ansetze.

Zurück zu der Frage, wie kann man praktisch die Einzelträgheiten oder reduzierte Trägheiten, aus denen man dann Einzelträgheiten errechnen kann, ermitteln, so dass der praktische Aufwand minimal bleibt (! um Vorschläge wie „bau alles auseinander und mach Drehfederversuche etc. auszuschließen“ :)

1.3.2. Möglichkeit 2 – Übersetzen der Messwerte der Hinterachse

Ein weiterer Gedanke ist, dass sich das Trägheitsmoment in jeder der einzelnen Stufen theoretischerweise aus konkreten Messwerten (M, n) auf den jeweiligen Wellenabschnitten ergeben müsste / könnte. Wie eingangs erläutert lässt sich anhand der gemessenen Maximalleistungen abschätzen, dass der Wirkungsgrad bei ca. $75\ \%$ auf dem Weg von der Kurbelwelle zur Antriebsachse liegt. Gehe ich davon aus, dass eine ölgebadete Fliehkraftlamellenkupplung relativ viel dissipiert, wird die zweite Stufe, die externe, sichtbare Kettenübersetzung kaum etwas dissipieren. Man könnte annehmen $\eta_{12} = 0.8\ und\ \eta_{34} = 0.9375$ sodass $\eta_{gesamt} = \eta_{12} \cdot \eta_{34} = 0.8 \cdot 0.9375 = 0.75$. Nun kann man aus den Messwerten der Hinterachse theoretisch sofort auf die analogen Messwerte der Zwischenachsen rechnen.

Beispiel:
Eine typische Beschleunigungs- und Ausrollfahrt mit dem „Verbrennerkart“ auf der Straße liefert folgende Messdaten.

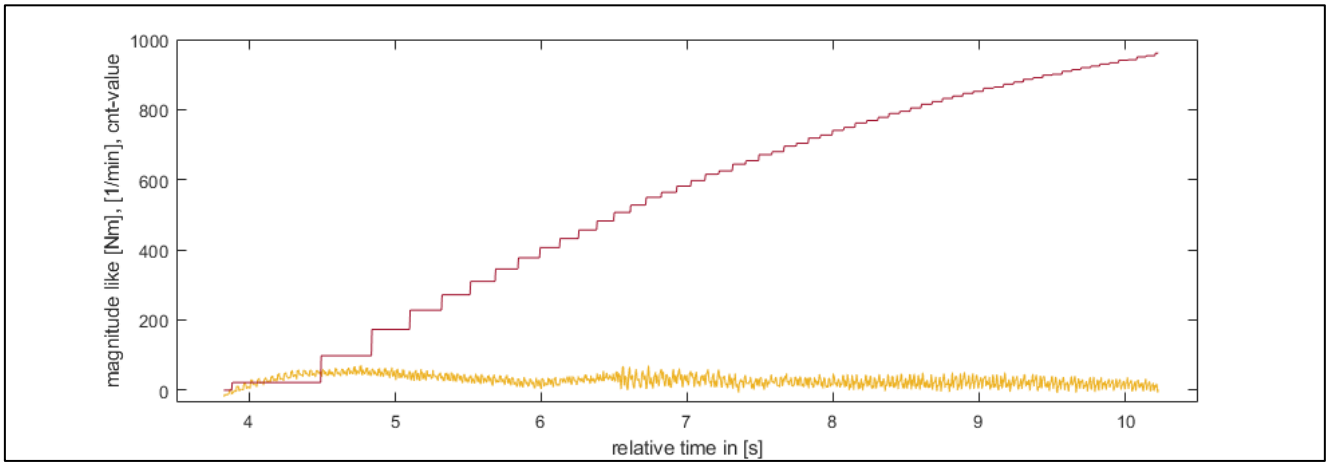


Abb. 4: Messwerte für Drehmoment (gelb) und Drehzahl (rot) während der Maximalbeschleunigung aus dem Stillstand

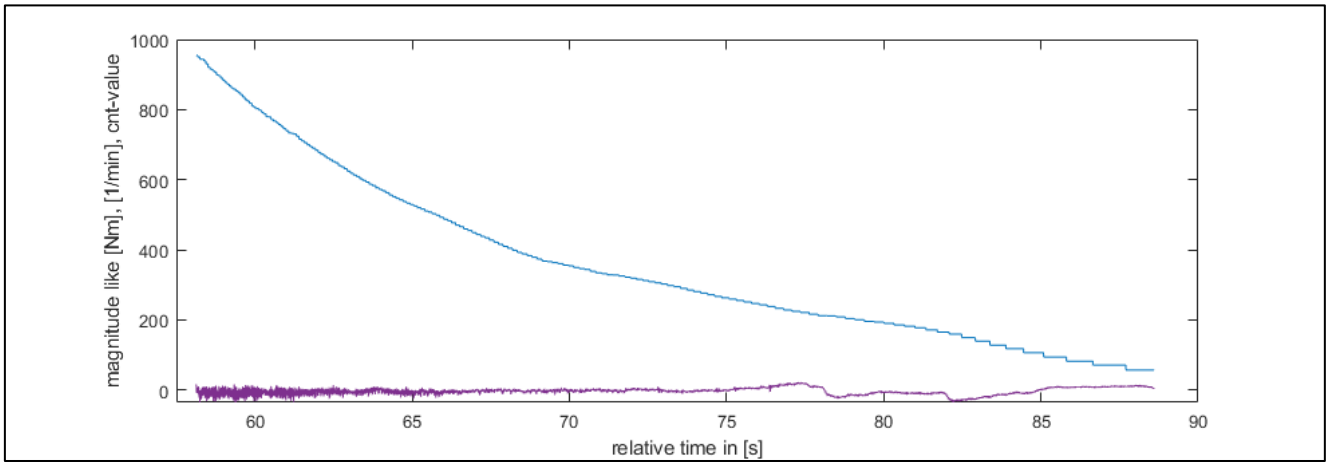


Abb. 5: Messwerte für Drehmoment (lila) und Drehzahl (blau) während des Ausrollens nach Maximalgeschwindigkeit

Der Beschleunigungsvorgang ist somit in ca. 6 Sekunden abgeschlossen, der Ausrollversuch geht bis zum Stillstand und dauert ca. 45 Sekunden an.

z. B. Bereich der Maximalbeschleunigung aus dem Stillstand heraus:

Die Signalaufzeichnung erfolge mit $256\ Sa/s$. Durch langsames Herantasten an eine gescheite, plausible Grenzfrequenz für ein nachträglich auf die Drehmomentmessdaten appliziertes digitales Filter, zeigt sich, dass sehr gut ein Filter mit der Grenzfrequenz von $1\ Hz$ genutzt werden kann. Höher liegende Frequenzen führen schnell sehr stark zu ungleichmäßigem, Momentverlauf.

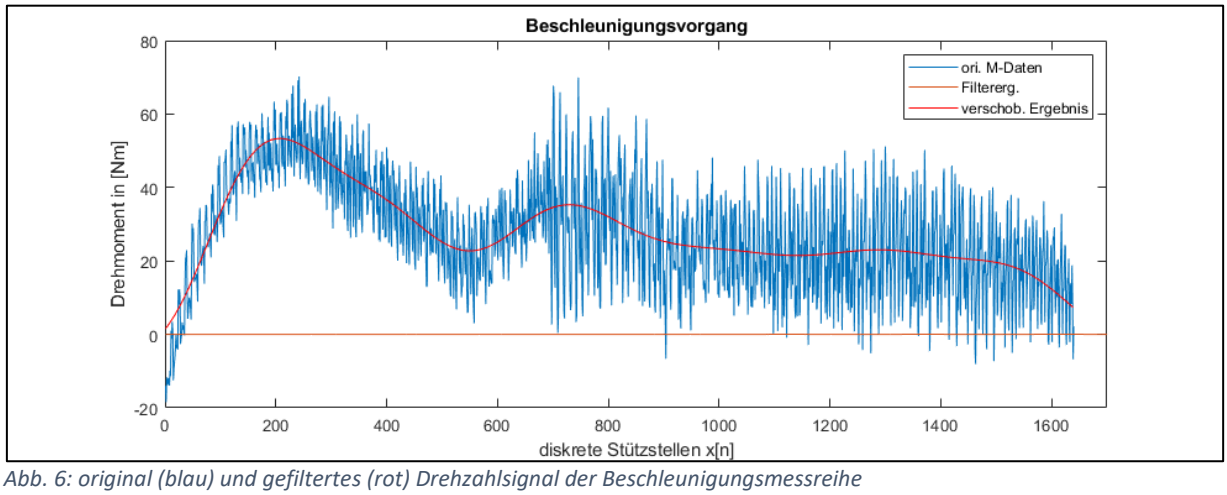


Abb. 6: original (blau) und gefiltertes (rot) Drehzahlsignal der Beschleunigungsmessreihe

Analog dazu muss man die Treppenstufe der Drehzahlerfassung interpolieren und erhält folgenden Verlauf im Beschleunigungs-sektor:

Abb. 7: original (blau) und interpolierter (rot) Drehzahlanstieg während des Beschleunigungsbereiches

Da man nun einen „quasi-kontinuierlichen“ Verlauf aus den Messwerten konstruiert hat, kann man $M(n)$ auftragen und gleichzeitig erhält man durch $P_{HA,links} = M \cdot 2\pi \cdot n$ den zugehörigen Verlauf der Leistung an der linken Seite der Hinterachse.

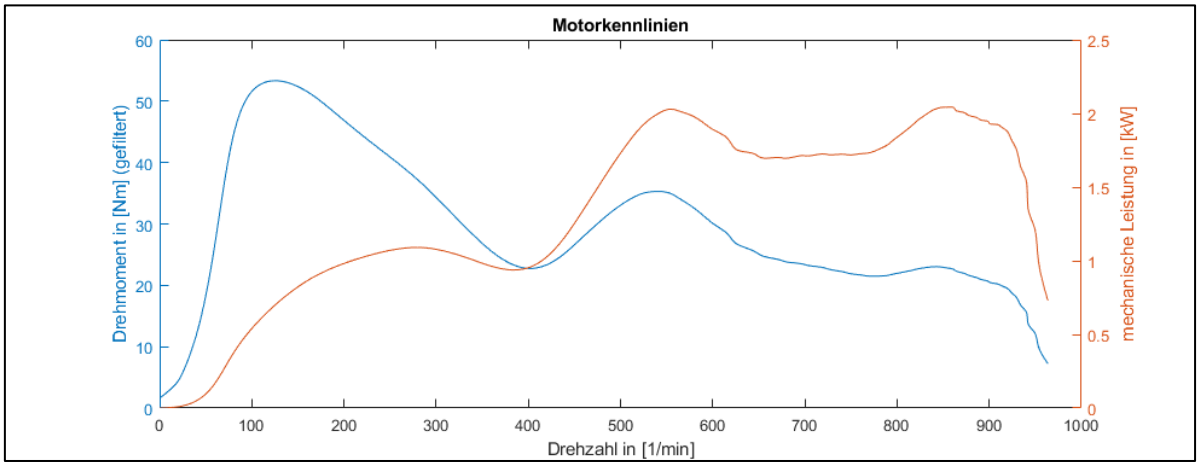


Abb. 8: Drehmoment-über-Drehzahl-Verlauf der verarbeiteten Messdaten für den aktiven Beschleunigungsbereich (blau); Daraus ermittelte Momentanleistungen sind in (rot) dargestellt

Wie eingangs erwähnt zeigt sich die typische Drehmomentüberhöhung bei ca. $100\ rpm$ an der Hinterachse. Bei ca. $500\ rpm$ stellt sich ein gemessenes Moment von ca. 30 bis 35 Nm ein. Dies wird zunächst als plausibel angesehen, da der Auszug aus der Motorkennlinie (oben) ja liefert: $12{,}5\ Nm\ bei\ 2500\ rpm$, was auf die Hinterachse übersetzt bedeutet: $62{,}5\ Nm\ bei\ 500\ rpm$
Aus dem interpolierten Drehzahlverlauf erhält man den Verlauf der Winkelgeschwindigkeit. Durch $\alpha = \frac{diff(\omega)}{diff(t)}$ erhält man den Verlauf der Winkelbeschleunigung, die ja zur Bestimmung von Trägheitsmomenten relevant ist.

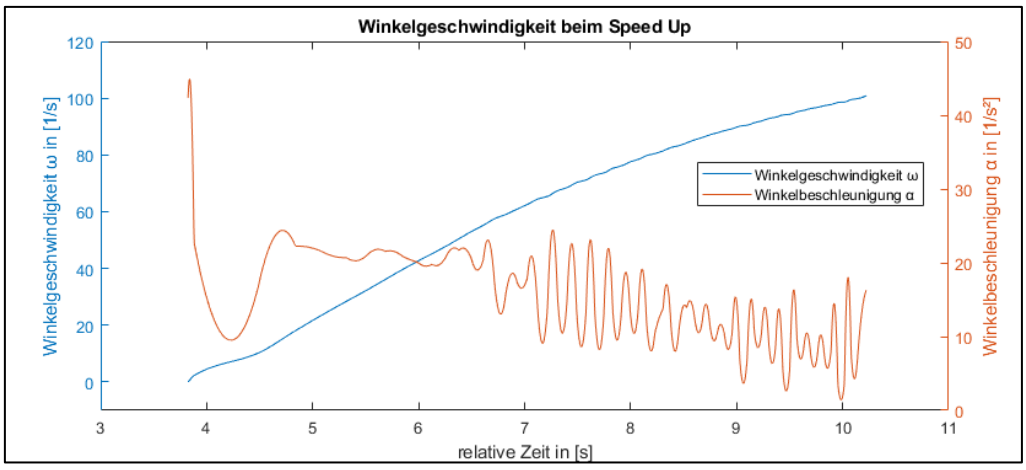


Abb. 9: aus der Drehzahl resultierender Verlauf der Winkelgeschwindigkeit (blau) und Winkelbeschleunigung (rot)

Unter Annahme, dass kein Schlupf existiert (erst recht nicht bei geringen Drehzahlen), multipliziert man das HA-Drehmoment mit zwei (einseitige Messstelle) und teilt durch die Winkelbeschleunigung α. Der stark schwankende Verlauf der Winkelbeschleunigungen wird durch Mikro-Anstiege und -Abfälle im interpolierten Drehzahlverlauf verursacht. Das Ergebnis ist das wirksame Trägheitsmoment, was aus den lokalen Messwerten der Hinterachse resultiert (folgende Abbildung). Das Gesamtlevel schwankt entsprechend der Winkelbeschleunigung, wirkt aber dennoch recht „mittelbar“ und man ist geneigt eine Horizontale bei $5\,\frac{m}{s^2}$

hineinzulegen. Vom Zahlenwert ist das natürlich eine hohe Trägheit, aber zumindest liefert die bisherige Vorgehensweise einen Wert der Trägheit an der Hinterachse, die größer ist als die reine via CAD ermittelte Trägheit der Hinterachse. Insofern schätzt man das erst einmal als möglich ein. Schon mit aufgebocktem, stillstehendem Fahrzeug und eben ohne eingekuppelte Verbindung zum Motor lässt sich die Hinterachse relativ schwer drehen und man hat das Gefühl man schiebt mega dickes Öl im KG vor sich hin. Wenn man sich jetzt vorstellt, dass bei höheren Drehzahlen noch eingekuppelt wird und man gegen die Kompression des Motorzylinders drehen müsste, halte ich Trägheitswerte von $J > 1\ kgm^2$ sehr leicht für möglich.

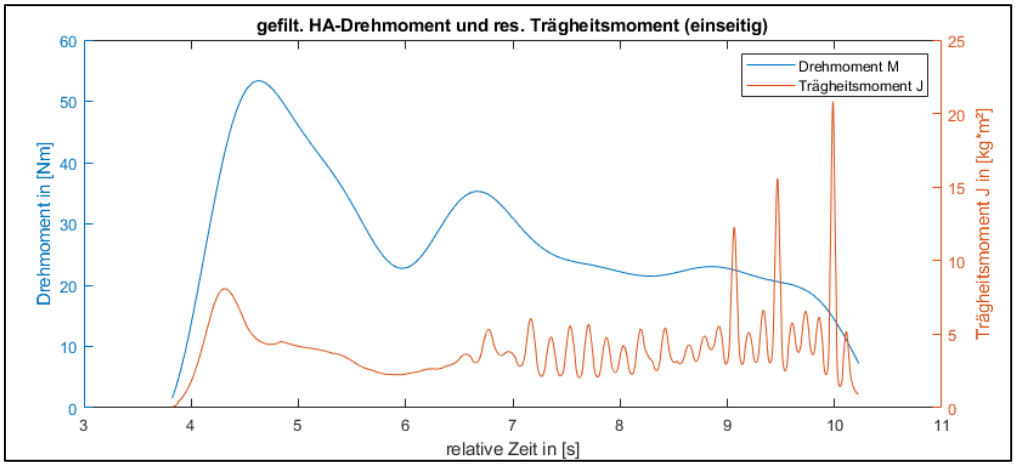


Abb. 10: ermittelter Verlauf des Trägheitsmomentes während der Maximalbeschleunigungsfahrt. Die Messstelle des Drehmomentes und der Drehzahl leigt auf dem linken Achsabschnitt auf der Hinterrad-Antriebsachse.

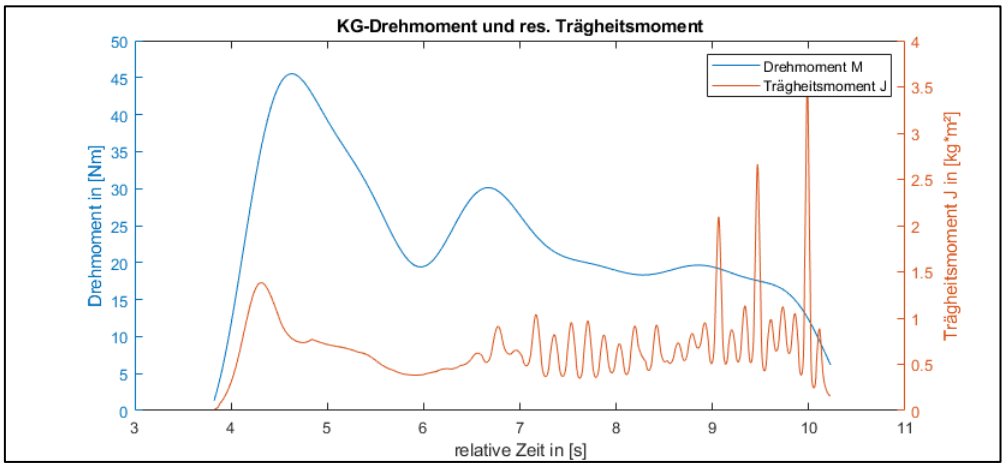
Entsprechend der Überlegungen im Abschnitt 1.2, gehe ich jetzt davon aus, dass das so leidlich ermittelte Trägheitsmoment von ca. $J = 5\ kgm^2$ als das auf die Hinterachse reduzierte Trägheitsmoment $J_{red,HA}$ herausstellt, was eben genau aus den Messwerten Drehmoment und Drehzahl an der Hinterachse heraus resultiert.

Wenn man jetzt überlegt, dass die beiden Bewegungsgrößen ja linear (Wirkungsgrad und Übersetzungsverhältnis) auf die beiden anderen möglichen Betrachtungsstellen für ein reduziertes Moment übersetzbar sind (KG-Ausgangswelle und Kurbelwelle), dann frage ich mich, kann ich das nicht irgendwie nutzen, um an meine noch unbekannten Trägheiten für den Motor und das Kupplungsgehäuse zu kommen?

Versuch:

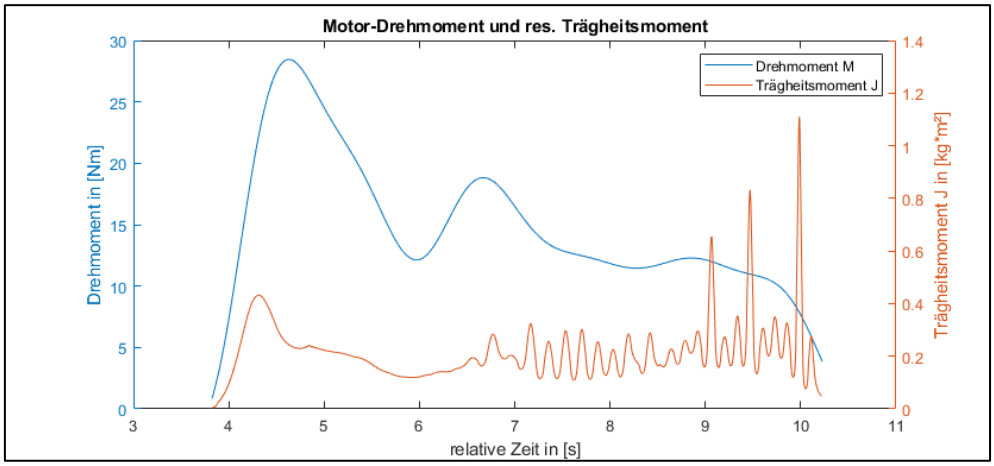
A) Mittlere Stufe → wirksames, effektives, (ggf. reduziertes?!) Trägheitsmoment auf der Ausgangswelle im Kupplungsgehäuse:

Zur Erinnerung, die Übersetzung des externen, sichtbaren Kettentriebs betrug $i_{34} = 2{,}5$. Den Wirkungsgrad für diese Stufe habe ich oben mit $\eta_{34} = 0.9375$ überschlagen. Das würde bedeuteten an der Ausgangswelle im Kupplungsgehäuse ist die Winkelbeschleunigung aufgrund der höheren Drehzahlen um genau den Faktor $2{,}5$ höher. Das Drehmoment wird unter Berücksichtigung des Wirkungsgrades übersetzt: $M_{KG} = \frac{2 \cdot M_{HA,einseitig}}{\eta_{34} \cdot i_{34}} = \frac{2 \cdot M_{HA,einseitig}}{0{,}9375 \cdot 2{,}5}$ und $\alpha_{KG} = i_{34} \cdot \alpha_{HA} = 2{,}5 \cdot \alpha_{HA}$. Dies führt zu …



Man würde also nur aus den zur Ausgangswelle des Kupplungsgehäuse hin übersetzten Größen Drehmoment und Winkelbeschleunigung sagen, „Naja, das resultierende Trägheitsmoment an der Stelle beträgt so leidlich $0.5\ kgm^2$." Das gleiche Spiel führen wir noch einmal durch, um auf das Trägheitsmoment des Motors zu schließen.

B) Erste Stufe → wirksames, effektives, (ggf. reduziertes?!) Trägheitsmoment auf der Kurbelwelle im 1 Zylindermotor:
Zur Erinnerung, die Übersetzung des Kettentriebs im Kupplungsgehäuse betrug $i_{12} = 2$. Den Wirkungsgrad für diese Stufe habe ich oben mit $\eta_{12} = 0.8$ überschlagen. Das würde bedeuteten, an der Kurbelwelle im Motor ist die Winkelbeschleunigung aufgrund der höheren Drehzahlen um genau den Faktor 2 höher. Das Drehmoment wird unter Berücksichtigung des Wirkungsgrades übersetzt: $M_M = \frac{M_{KG}}{\eta_{12} \cdot i_{12}} = \frac{M_{KG}}{0{,}8 \cdot 2}$ und $\alpha_M = i_{12} \cdot \alpha_{KG} = 2 \cdot \alpha_{KG}$. Dies führt zu …



FAZIT: Das große Problem im Abschnitt 1.3.2 ist, dass bei den Messwerten keine Reibungsverluste und Fahrwiderstände berücksichtigt sind. So wie im Abschnitt 1.3.1 die einzelnen Trägheiten unbekannt waren, um richtig auf die Koeffizienten der Widerstände zu schließen, so sind hier die Widerstandsverläufe unbekannt, die aber zu einem effektiven wirkendem J bei Fahrmessungen beitragen. Beispiel: Das Fahrzeug hat ein Reservoir an Leistung, was zur Verfügung steht. Es wird in solchen Beschleunigungsfahrten immer die maximale Leistung abgeben. Das Einzige was sich unterscheidet, ist die effektive Last, die bedingt, dass die Motorkennlinie mal schnell oder mal weniger schnell durchfahren wird und ggf. gestaucht wird. Erfahrungsgemäß kann man sich vorstellen, dass bei gigantischem Gegenwind oder bei ultra-schweren Fahrer, die Beschleunigung des Fahrzeugs entsprechend sinkt (langsamer). Auch die Maximalgeschwindigkeit und somit die Maximaldrehzahl sinkt (stauchen). Solche Ursachen bewirken eine geringere Winkelbeschleunigung. Der Motor wird bei Vollgas trotzdem versuchen, sein gesamtes verfügbares Moment zu benutzen, um das Fahrzeug entgegen der Widerstände zu beschleunigen. Das bedeutet auch, dass die Annahmen oder Äußerungen über plausible Trägheitsmomente aus den vorrangegangenen Diagrammen völlig relativ sind, denn diese Messwerte sind ja bei Straßenfahrten entstanden, wo die Fahrwiderstände in irgendeiner Weise dafür gesorgt haben, dass sich die Trägheitsmomente so ergebenen, wie dargestellt – bzw. die Beschleunigungen. Man misst also niemals nur die Massenträgheit der Teile und damit die Bauteileigenschaft.

Das wirft die Fragen auf: Da dieses Problem oder Ungleichgewicht zwischen Bekannte und Unbekannte in beiden Fällen existiert (Ausrollversuch & Beschleunigungsfahrt), kann man mit diesen Messungen überhaupt das Trägheitsmoment der Baugruppen bestimmen? Wenn ja, wie muss ich vorgehen?

Als Alternative bereite ich gerade vor, was noch ein bisschen Aufwand bedeutet, dass ich das Gokart endlich mal zwischen die beiden Antriebsmaschinen des Leistungsprüfstandes spannen kann (Radnabenprüfstand an der Hinterachse). Ich würde / will dann versuchen, dass durch die SPS Steuerung eine lineare Drehzahlrampe (Dynamik je nach Nutzereingabe im HMI) mit einer konstanten Winkelbeschleunigung erzeugt wird. Genau in diesem Fall hätte ich eben keine Windreibung, keine Rollreibung, keine Steigung etc. wie bei echten Fahrten draußen. Ich erhoffe mir davon, dass ich zumindest oberhalb der Einkuppeldrehzahl einen konstanten Verlauf des Momentes in den Servoantrieben sehe, sofern die Drehzahl weiter gleichmäßig steigt.

Die Frage ist dann nur: Soll ich den Motor anlassen (wie bei Aurollversuchen draußen), muss ich den Motor ausgeschaltet durch die Hinterachse drehen, messe ich dann in den Servomotoren durch Drehzahl und Drehmoment $J_{red,HA}$+die eigenen Trägheiten der Servos (die sind dokumentiert) oder messe ich ein anderes reduziertes Moment? Ich benötige mal eure Hilfe, um der ganzen Thematik Herr zu werden.

Viele Grüße aus Magdeburg