Klausur Physik I WS 2014/2015 vom 24. Februar 2015

Prof. Dr. A. Hangleiter, Dr. H. Bremers

1. Bergsteigerin **12 Punkte (5+4+3)**

Eine Bergsteigerin mit einer Masse von 50 kg klettert einen engen Spalt nach oben. Der Haftreibungskoeffizient zwischen ihren Schuhen und der Felswand sei 1,2, der zwischen ihrem Rücken und der Felswand 0,8. Sie hat den Druck auf den Felsen veringert, sodass ihr Rücken und ihre Schuhe kurz davor sind, nach unten zu rutschen.

(a) Zeichnen Sie ein Kräftediagramm (Freikörperbild) der Bergsteigerin und beschreiben Sie die auf sie wirkenden Kräfte.

(b) Wie groß ist die Kraft, mit der sie gegen die Felswand drückt?

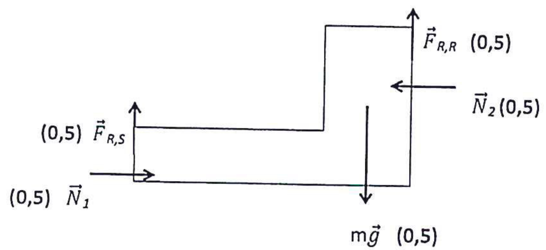
(c) Welcher Anteil ihrer Masse wird von der Reibungskraft gehalten, die auf ihre Schuhe wirkt?

Lösung:

Geg.: m = 50 kg, $\mu_{H,S} = 1{,}2$, $\mu_{H,R} = 0{,}8$

Ges.: F_N, $F_{R,S}/F_{R,ges}$

(a) Das Freikörperbild der Bergsteigerin (skizziert als L-förmiger Block) ist unten in der Skizze abgebildet. Es wirken die Gewichtskraft m$\vec{g}$ (0,5), die Normalkräfte der Wände $\vec{N}_1$ und $\vec{N}_2$ (0,5), sowie die Reibungskräfte $\vec{F}_{R,S}$ und $\vec{F}_{R,R}$ (0,5). Die Normalkräfte sind aufgrund des 3. Newtonschen Gesetztes gleich. (1)



(b) Damit die Bergsteigerin gerade nicht abrutscht, muss ein Gleichgewicht zwischen der Gewichtskraft und der maximalen Reibungskraft vorliegen (1). Letztere setzt sich aus zwei Anteilen zusammen, nämlich der Reibungskräfte $F_{R,S}$ zwischen Schuhen und Felswand und $F_{R,R}$ zwischen Rücken und Felswand, Mit dem in der Skizze definierten Koordinatensystem erhalten wir also

$$-F_G = F_{R,S} + F_{R,R} \qquad (1)$$
$$= (\mu_{H,S} + \mu_{H,R})\, F_N$$

$$F_N = \frac{-F_G}{\mu_{H,S} + \mu_{H,R}} \qquad (1)$$
$$= \frac{50\ \mathrm{kg} \cdot 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{1{,}2+0{,}8} \approx 250\ \mathrm{N} \qquad (1)$$

(c) Den Anteil, den die Schuhe an der Reibung haben, berechnet sich zu

$$\frac{F_{R,S}}{F_{R,ges}} \qquad (1)$$
$$= \frac{\mu_{H,S} F_N}{(\mu_{H,S} + \mu_{H,R})\, F_N} = \frac{\mu_{H,S}}{\mu_{H,S} + \mu_{H,R}} \qquad (1)$$
$$= \frac{1{,}2}{1{,}2+0{,}8} = 0{,}6 \qquad (1)$$

60% des Gewichts wird von der Reibungskraft gehalten, die auf ihre Schuhe wirkt.

2. Federschwingung **8 Punkte**

Stellen Sie sich vor, Sie hängen eine unbekannte Masse m an eine senkrecht hängende entspannte Feder. Wenn Sie die Masse loslassen, bewegt sich die Masse 5,0 cm nach unten, bevor sie die Bewegungsrichtung umkehrt und wieder nach oben steigt. Mit welcher Kreisfrewuenz schwingt die Masse unter der Annahme, dass $g = 10\,\frac{m}{s^2}$.

Lösung:

Nachdem der Gegenstand losgelassen wurde, fällt der Gegenstand über die Gleichgewichtslage hinaus um y = 5 cm bis zum Umkehrpunkt herunter. Er kommt erst zum Stillstand, wenn die Feder eine entsprechende Gegenkraft bewirkt. Der Gegenstand fällt also über die Gleichgewichtslage ebenso weit hinaus, wie er vorher von ihr nach oben entfernt war.

Dies wird klar, wenn wir die Energie betrachten. Die potentielle Energie der Feder und des Gegenstandes seien Null an dem Punkt, an dem der Gegenstand losgelassen wird. Dann ist die Gesamtenergie zu Beginn gleich Null. Am tiefsten Punkt, wo er zum Stillstand kommt, ist die Energie immer noch Null, und es gilt: (1)

$$0 = -mgy + \tfrac{1}{2}ky^2 \qquad (1+1)$$
$$mgy = \tfrac{1}{2}ky^2 \quad \text{falls y ungleich Null folgt}$$
$$\frac{k}{m} = \frac{2g}{y} \qquad (1)$$

Die Kreisfrequenz erhalten wir aus der Bewegungsgleichung für die ungedämpfte harmonische Schwingung

$$0 = \ddot{x} + \frac{k}{m}x = \ddot{x} + \omega^2 x \qquad (1)$$

Die gesuchte Kreisfrequenz ist also

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1)$$
$$= \sqrt{\frac{2g}{y}} \quad (1)$$
$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \frac{m}{s^2}}{0{,}05\, m}} = \sqrt{400}\,\frac{1}{s} = 20\text{ Hz} \quad (1)$$

3. Wasserglas **6 Punkte**

Ein gewöhnliches Glas (Volumen-Ausdehnungskoeff. $\gamma_G = 27 \cdot 10^{-6}\, K^{-1}$) wird bis zum Rand mit 250 ml 100°C heißem Wasser gefüllt. Wie viel Wasser kann nachgegossen werden, wenn die Temperatur bis auf 20°C gefallen ist? Der Ausdehnungskoeffizient von Wasser beträgt $\gamma_W = 207 \cdot 10^{-6}\, K^{-1}$.

Lösung:

Wenn sich das Glas abkühlt, verhält sich das eingeschlossene Volumen, als würde es aus Glas bestehen. Gleichzeitig ändert sich das Volumen des Wassers entsprechend seinem thermischen Ausdehnungskoeffizienten. (1)

Die Differenz dieser beiden Volumina kann nachgefüllt werden. Generell gilt für die thermische Ausdehnung

$$\frac{\Delta V}{V} = \gamma \Delta V \quad (1)$$

Die nachzufüllende Wassermenge beträgt somit

$$\Delta V = \Delta V_{Glas} - \Delta V_{Wasser} \quad (1)$$
$$= V\,\gamma_G \Delta T - V\,\gamma_W \Delta T \quad (1)$$
$$= (\gamma_G - \gamma_W)\; V \cdot \Delta T$$
$$= (27 - 207) \cdot 10^{-6}\, K^{-1} \cdot 250\text{ ml} \cdot (-80\text{ K}) \qquad \textbf{Einheiten richtig (1)}$$
$$= 1{,}80 \cdot 10^{-4} \cdot 20000\text{ ml}$$
$$= 3{,}6\text{ ml} \quad (1)$$

4. Entropieänderungen **14 Punkte (6+6+2)**

Zwei Proben eines idealen Gases haben anfangs dieselbe Temperatur und denselben Druck. Beide werden reversibel vom Volumen V zum Volumen V/2 komprimiert, eines isotherm, das andere adiabatisch.

(a) In welcher Probe ist der Enddruck größer?

(b) Bestimmen Sie die Änderung der Entropie für die beiden Prozesse.

(c) Wie groß ist die Entropieänderung der Umgebung in beiden Prozessen?

Lösung:

(a) Für die isotherme Zustandsänderung gilt

$$pV = const \quad (1)$$

und somit ist der Druck umgekehrt proportional zum Volumen. (1)

Bei der adiabatischen Zustandsänderung gilt

$$pV^\gamma = const \quad (1)$$
$$\Rightarrow p \propto \frac{1}{V^\gamma} \quad (1)$$

Da der Adiabatenexponent wegen

$$\gamma = \frac{f+2}{f} > 1 \quad (1)$$

Immer größer als Eins ist, ist die Steigung der adiabatischen Zustandsänderung größer als bei der isothermen Zustandsänderung. Somit ist der Enddruck bei dem adiabatischen Prozess größer als beim isothermen. (1)

(b) Die Entropieänderung für einen beliebigen Prozess erhält man, wie in der Vorlesung gezeigt, über

$$\Delta S_{isoth} = \frac{\Delta Q}{T} \quad (1)$$
$$= \nu R \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + \nu c_V \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \quad (1)$$

Beim isothermen Prozess ändert sich die Temperatur nicht und somit bleibt

$$\Delta S_{isoth} = \nu R \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad (1)$$
$$= \nu R \ln\left(\frac{\frac{V_1}{2}}{V_1}\right)$$
$$= -\nu R \ln(2) \quad (1)$$

Bei der Adiabate wird keine Wärme aufgenommen oder abgegeben und somit folgt

$$\Delta Q = 0 \quad (1)$$
$$\Rightarrow \Delta S_{ad} = 0 \quad (1)$$

(c) Wenn wir das Gas und seine Umgebung als ein abgeschlossenes System betrachten und zusätzlich berücksichtigen, dass die Prozesse reversibel erfolgen, so darf sich die Entropie des Gesamtsystems nicht ändern. Folglich gilt:

$$\Delta S_{Umgeb,isoth} = -\Delta S_{isoth} = \nu R \ln(2) \quad (1)$$
$$\Delta S_{Umgeb,ad} = -\Delta S_{ad} = 0 \quad (1)$$