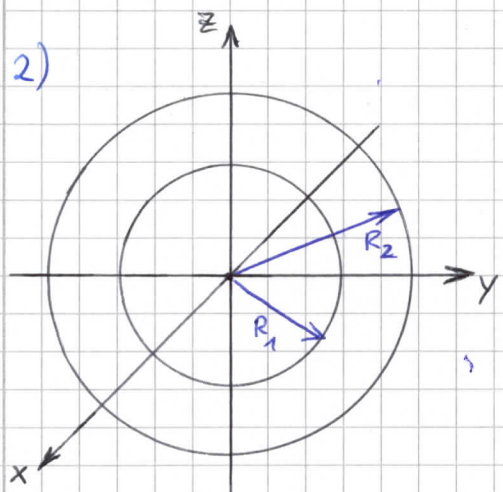


2)



Flächenladungsdichte:

$$\sigma_1 = \frac{Q}{4\pi R_1^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{Q}{4\pi R_2^2}$$

$$C = \frac{Q}{U} \quad \text{und} \quad C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

$$\Rightarrow \frac{Q}{U} = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \quad | \cdot U : A$$

$$\Rightarrow \frac{Q}{A} = \epsilon_0 \cdot \frac{U}{d} \quad \text{mit } \frac{Q}{A} = \sigma$$

$$\text{und } \frac{U}{d} = E$$

$$\Rightarrow \sigma = \epsilon_0 \cdot E \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Flächenladungsdichte kommt von:

$$q = \int S(\vec{r}) d^3\vec{r} = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^\pi S(r, \varphi, \theta) r^2 \sin\theta dr d\varphi d\theta$$

mit $S(\vec{r}) = S(r, \varphi, \theta)$

$$\Rightarrow C_1 = \frac{q}{4\pi R^2} = 4\pi \epsilon_0 \int_0^\infty r^2 S(r) dr = 4\pi \epsilon_0 R^2$$

$$\text{mit } \sigma_1 = \frac{Q}{4\pi R_1^2}$$

$$\Rightarrow E_r = \frac{Q}{4\pi R_1^2 \epsilon_0}$$

$$S(r) = \sigma_1 \cdot \delta(r - R_1) - \sigma_2 \cdot \delta(r - R_2) \quad \text{nicht nötig}$$

da das E-Feld zwischen den Sphären nur von der Ladung der inneren Kugel abhängt.

Andere Berechnung für das E-Feld: $Q = \epsilon_0 \oint \vec{E} d\vec{A}$

für $R_1 < r < R_2$

$$\oint_{\partial K(r)} \vec{E} \cdot d\vec{\sigma} = \oint_{\partial K(r)} E(r) \vec{e}_r \cdot d\vec{\sigma} \vec{e}_r = \int_{\partial K(r)} E(r) \cdot d\sigma$$

$$\oint_{\partial K(r)} \vec{E} \cdot d\vec{\sigma} = 4\pi r^2 E(r) = \frac{Q}{\epsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 R_1^2}$$

b)

$$\varphi(\vec{r}) = - \int_0^r E(r) \cdot dr = - \int_{R_2}^r E(r) dr = - \int_{R_2}^r \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 R_1^2} dr$$

$$= - \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \int_{R_2}^r \frac{1}{R_1^2} dr = - \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \int_{R_2}^r \frac{1}{R_1^2} dr$$

$$= - \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \left[-\frac{1}{R_1} \right]_{R_2}^r = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Das Potential innerhalb des Kondensators und außerhalb des Kondensators ist Null zwischen dem Kondensator ist es $\frac{Q}{4\pi \epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2} \right)$.

$$c) U = \varphi(R_1) - \overset{=0}{\cancel{\varphi(R_2)}} = \int_{R_1}^{R_2} E(r) dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2} \right) - 0$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow C &= \frac{Q}{U} = \frac{Q}{\varphi(R_1)} = \frac{\cancel{Q}}{\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2} \right)} \\ &= 4\pi\epsilon_0 \cdot \frac{1}{\frac{R_2 - r}{rR_2}} \\ &= \underline{\underline{4\pi\epsilon_0 \frac{rR_2}{R_2 - r}}} \end{aligned}$$

d)

$$dW = V \cdot dQ = C \cdot V \cdot dV$$

oder

$$dW = - \int_{R_2}^{R_1} Q \cdot E(r) d\vec{r} = Q(\varphi(R_1) - \varphi(R_2))$$

$\varphi(R_2)$ mit $R_2 \rightarrow \infty$ ist Null

$$\Rightarrow W = Q \cdot \underbrace{\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2} \right)}_{\varphi(R_1)}$$