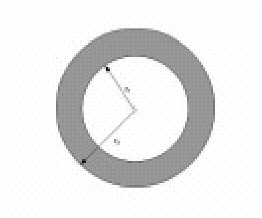
Task 1

Es ist für einen Zylinder der Länge l, dem Innenradius r_1 und dem Außenradius r_2 der elektrische Widerstand R herzuleiten. Die elektrische Leitfähigkeit des Materials ist gegeben mit κ. Die Stromdichte kann als radial nach außen gerichtet angenommen werden.



$\kappa \ldots$ elektrische Leitfähigkeit;
$J \ldots$ Stromdichte (radial nach außen)
ges.: elektrischer Widerstand R

Schritt 1

Ist die Stromdichte J über den gesamten Querschnitt gleich, so gilt:

Stromstärke $I = J \cdot A \Leftrightarrow J = \frac{I}{A}$

Schritt 2

κ beschreibt den Zusammenhang zwischen elektrischer Feldstärke $\vec{E}$ und Stromdichte $\vec{J}$:

$\vec{J} = \kappa \cdot \vec{E}$

Schritt 3

Der Querschnitt des Zylinders bleibt für die gesamte Länge l unverändert

$\Rightarrow$ für die Spannung U gilt: $U = \int_l \vec{E} \cdot d\vec{s} = |\vec{E}| \cdot l$
dh. es stellt sich eine konstante elektrische Feldstärke $|\vec{E}|$ ein

Schritt 4

aus $I = J \cdot A$ und $J = \kappa \cdot E \Rightarrow I = \kappa \cdot |\vec{E}| \cdot A \Rightarrow |\vec{E}| = \frac{I}{\kappa A}$

aus $U = |\vec{E}| \Rightarrow U = \frac{I}{\kappa A} \cdot l$

mit $U = R \cdot I \Rightarrow U = \frac{l}{\kappa A} \cdot I = R \cdot I \Rightarrow R = \frac{l}{\kappa A}$

Schritt 5

Kreisringfläche $A = r_2^2\pi - r_1^2\pi = \pi(r_2^2 - r_1^2)$

$\Rightarrow$ insgesamt $R = \frac{l}{\kappa\pi(r_2^2 - r_1^2)}$