

14 Auftrieb und Schwimmstabilität

Über den Druck übt eine schwere Flüssigkeit Normalkräfte auf Behälterwände aus, die sich zu einem resultierenden Kraftwinder zusammenfassen lassen. Bei eingetauchten Körpern resultieren die Druckkräfte in einer Auftriebskraft, die dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeit entspricht. Substituiert man nämlich den Körper gedanklich durch die entsprechende Menge der umgebenden Flüssigkeit, dann entsteht die Druckverteilung an der Grenzfläche durch das Gewicht dieser Flüssigkeit und hält ihm das Gleichgewicht.

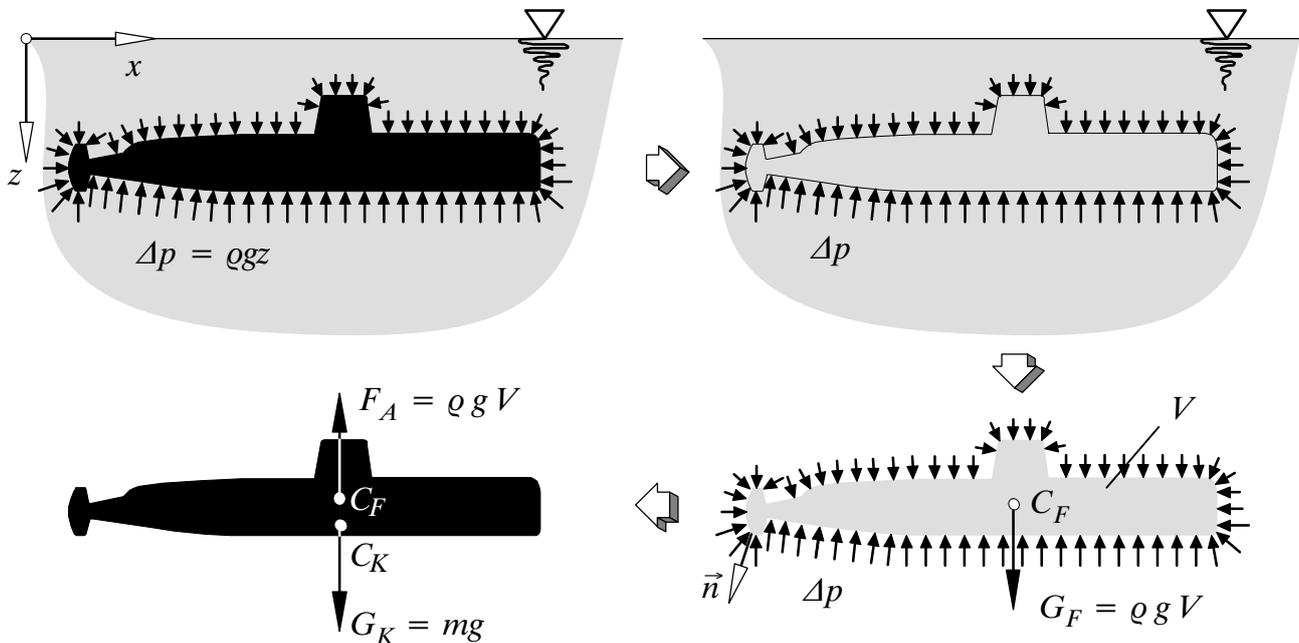
Bei vollständig in homogenen Flüssigkeiten eingetauchten Körpern greift die Auftriebskraft im Volumenmittelpunkt an, weil dieser gleichzeitig Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit wäre. Die Tauchlage ist deshalb nur dann stabil, wenn der Körperschwerpunkt unterhalb des Volumenmittelpunkts liegt.

Bei schwimmenden Körpern bestimmt sich die Auftriebskraft ebenfalls aus dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeit und greift in deren Volumenmittelpunkt an. Dieser liegt bei schwimmenden homogenen Körpern stets unterhalb des Körperschwerpunkts, weshalb die Schwimmlage instabil sein müsste. Bei Schräglage verändert sich jedoch die Gestalt des Eintauchvolumens und damit auch die Lage des Volumenmittelpunkts. Dies führt zu einem stabilisierenden Moment, das im Verhältnis zum eventuell destabilisierenden Moment der Schwerpunktsverlagerung gesehen werden muss. Für kleine Neigungswinkel lässt sich ein charakteristischer Angriffspunkt der resultierenden Auftriebskraft finden, das sogenannte Metazentrum, das diesen Effekt berücksichtigt. Der schwimmende Körper verhält sich dann wie ein Pendel, das im Metazentrum aufgehängt ist. Die Schwimmlage ist damit stabil, wenn das Metazentrum oberhalb des Körperschwerpunkts liegt.



14.1 Vollständig eingetauchte Körper

Auftrieb



Archimedisches Prinzip: Der Auftrieb eines Körpers entspricht dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeit und greift im Flüssigkeitsschwerpunkt (=Volumenmittelpunkt bei homogener Flüssigkeit) an:

$$F_A = \rho g V$$

Schwebegleichgewicht: Ein Körper ist im Gleichgewicht, wenn die resultierende Gewichtskraft und die Auftriebskraft entgegengesetzt gleich groß sind und auf derselben Wirkungslinie liegen:

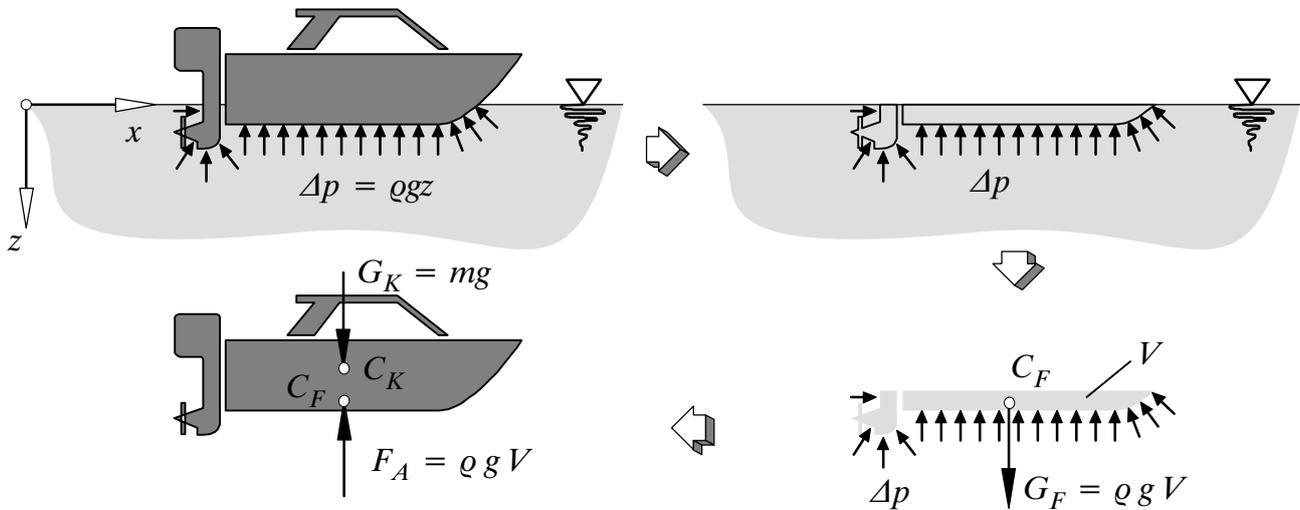
$$\vec{G}_K = -\vec{F}_A, \quad G_K = F_A$$

Kippstabilität

Die Tauchlage ist stabil, wenn der Körperschwerpunkt C_K unterhalb des Schwerpunkts C_F der verdrängten Flüssigkeit liegt.

14.2 Schwimmende Körper

Auftrieb

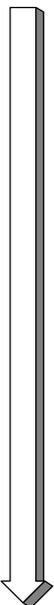
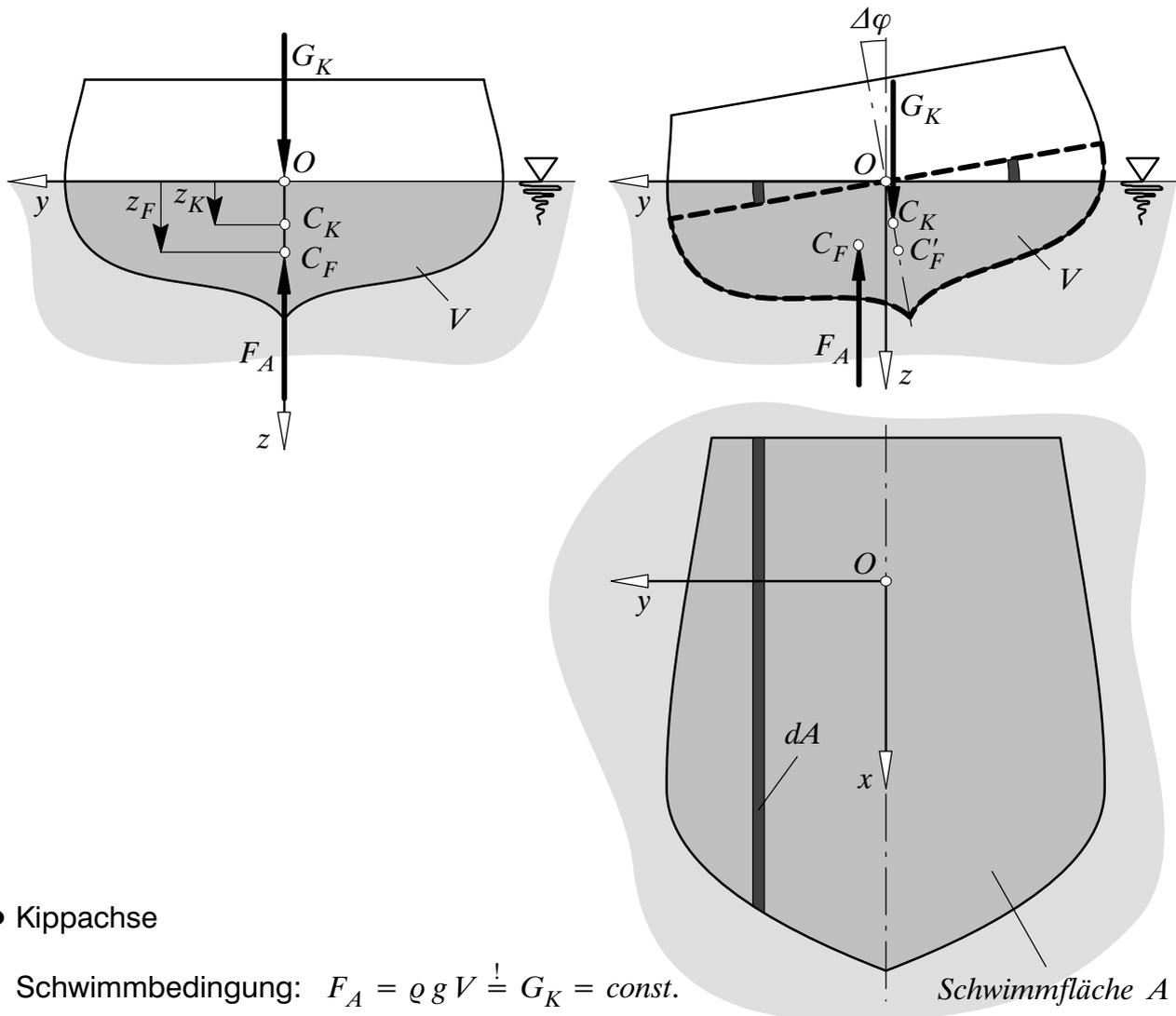


Auftrieb: $F_A = \rho g V$

Schwimmen: $G_K \stackrel{!}{=} F_A$, gleiche Wirkungslinie



Kippstabilität



Kippachse geht durch den Flächenmittelpunkt der Schwimmfläche

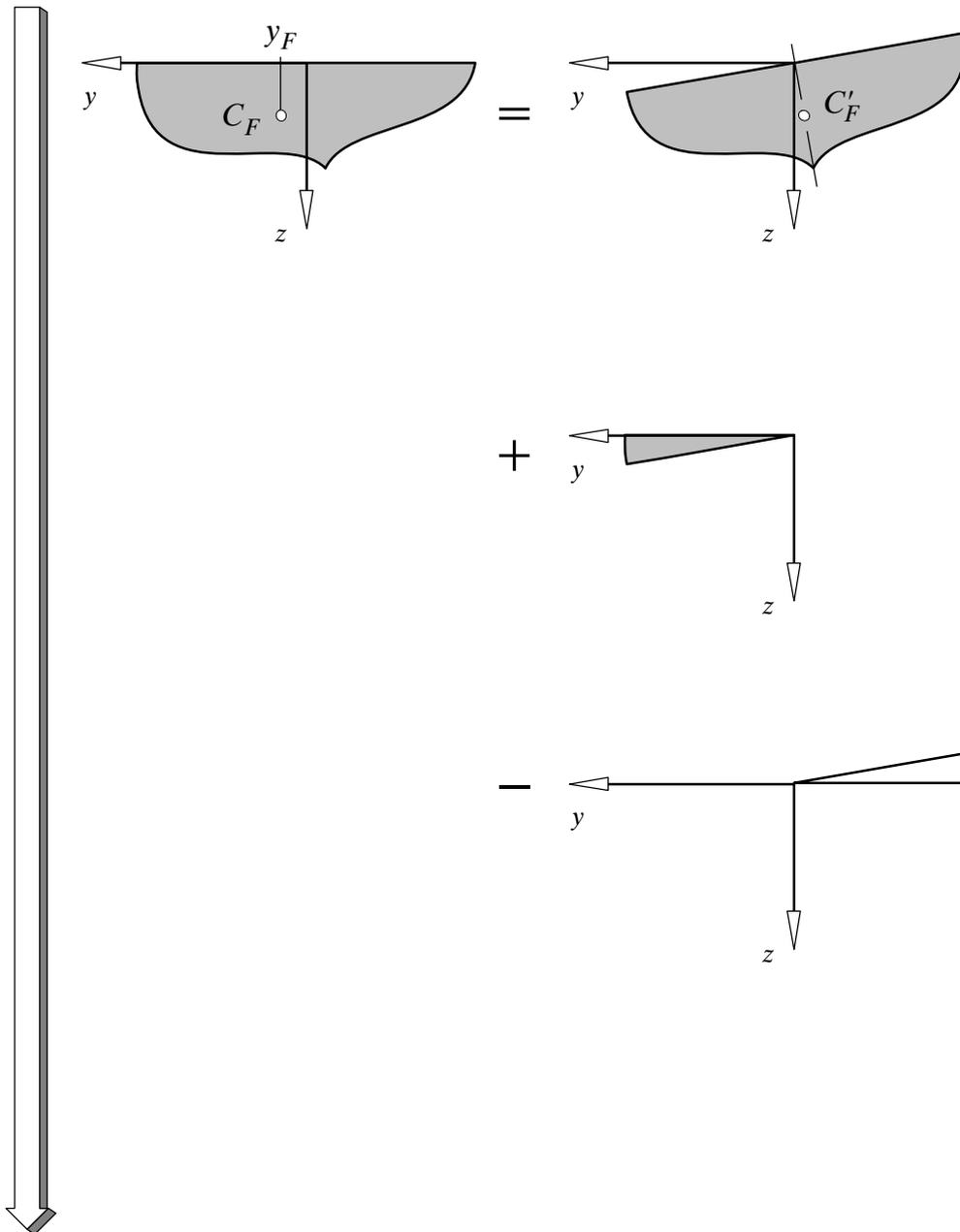
- Volumenmittelpunkt C_F der verdrängten Flüssigkeit bei Kippage

TM I: Definition

$$y_F = \frac{1}{V} \int_V y dV$$

zusammengesetzte Volumina

$$y_F = \frac{1}{V} \sum_i y_i V_i$$



Lage: $y_F = \left(\frac{I_x}{V} - z_F \right) \Delta\varphi$

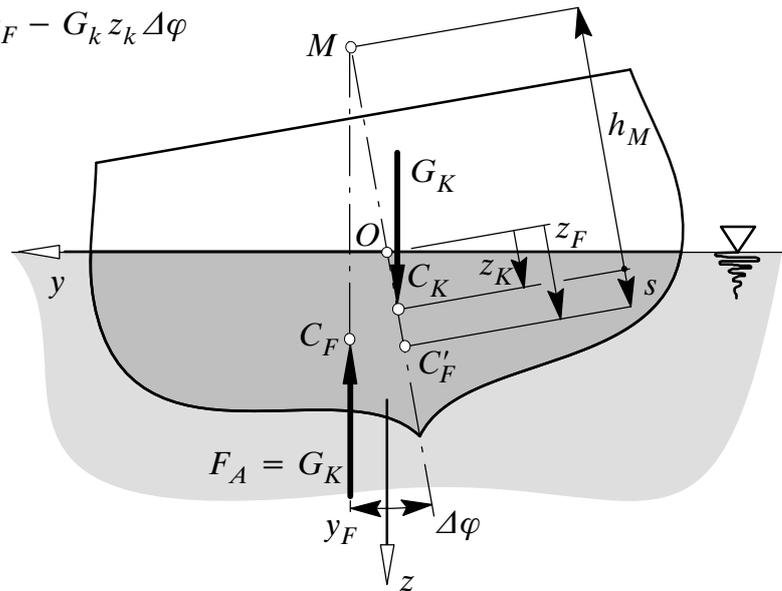
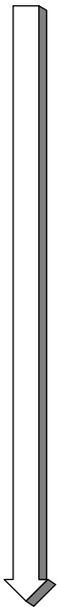
mit $I_x = \int_A y^2 dA$

Flächenträgheitsmoment
der Schwimmfläche
bezüglich der Kippachse



- Metazentrum M und Metazenterhöhe h_M

Moment bez. O : $M_{Ox} = -F_A y_F - G_k z_k \Delta\varphi$



$$M_{Ox} = -h_M G_k \Delta\varphi \quad \text{mit} \quad h_M = \frac{I_x}{V} - s \quad \text{Metazenterhöhe}$$

$$s = z_F - z_K \quad \text{Schwerpunktsabstand } C_K \vec{C}_F$$

- Stabilitätsverhalten

Metazenterhöhe	Moment	Schwimmlage
positiv	rückstellend	stabil
null	null	grenzstabil
negativ	antreibend	instabil