

# Theoretische Physik, Sommersemester 2004

Aufgabenstellungen vom 21.05.04

Abgabe am 1. Juni 2004

21. Mai 2004

Liegen die dynamischen Bewegungsgleichungen in der Form von Differenzgleichungen vor, so heißt

$$x_{n+1} = f(x_n) \quad (1)$$

eine eindimensionale nichtlineare diskrete Abbildung. Ausgehend von einem Anfangswert  $x_0$  ist diese Iteration, häufig in Abhängigkeit von Kontrollparametern, zu lösen. Die Folge der Werte  $x_n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) zeigt neben regulärem in der Regel auch chaotisches Verhalten. Das bekannteste Beispiel einer diskreten Abbildung auf dem Einheitsintervall ist die logistische Gleichung

$$x_{n+1} = f(x_n) \quad \text{mit} \quad f(x) = rx(1-x) \quad \text{für} \quad 0 < r \leq 4, \quad (2)$$

die das berühmte Feigenbaum–Diagramm liefert.

## **Aufgabe 4: Übergang ins Chaos**

Bestimmen Sie den kritischen Kontrollparameter  $r_\infty$  für den Übergang zum Chaos. Vergleichen Sie mit Literaturwerten.

Wie ist der Zusammenhang zur (universellen) Feigenbaum–Konstanten? Können Sie Angaben zum Skalenverhalten machen?

Literaturhinweis:

H. G. Schuster, Deterministic Chaos, VCH, Weinheim, 1988, 1989 u. a.