

Wo ist eigentlich Gamma?

-

Die Mär vom Lorentzfaktor γ (Gemeinverständlich)

Gerd Termathe, Dipl.-Ing.
gerd@termathe.net

©Dezember 2016

- Für Tobias -

Abstract

Es wird gezeigt, dass der Lorentzfaktor, Bestandteil der Lorentztransformation, der mathematischen Formulierung der speziellen Relativitätstheorie, nicht nur nicht aus Einsteins Postulat von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit folgt, sondern sogar im Widerspruch zu den gemachten Annahmen steht.

(Where is Gamma? - The fairy tale of the Lorentz factor γ)

The paper shows that the Lorentz factor, part of the Lorentz transformation, the mathematical representation of the theory of special relativity, does not only not follow from Einstein's postulate of the constancy of the speed of light but also contradicts the assumptions it was derived from. (in German)

Der Lorentzfaktor γ

In der Physik bezeichnet der Lorentzfaktor γ (etwas salopp auch: relativistische Wurzel) ist einen Faktor, der sich nach Einsteins spezieller Relativitätstheorie aus dem Postulat von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit ableitet:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (1)$$

Der Faktor ist Bestandteil der Lorentztransformation und taucht in der Relativitätstheorie explizit und implizit in allen Gleichungen auf, die von zueinander mit konstanter Geschwindigkeit bewegten Bezugssystemen handeln (z.B. explizit: relativistische Masse $m = \gamma m_o$, implizit: $E = mc^2$)

Wie hat man vor Einstein gerechnet (d.h. in der klassischen Physik)?

In der klassischen Physik sind alle Geschwindigkeiten relativ. Geschwindigkeit ist die Änderung des Ortes in Abhängigkeit von der Zeit (d.h. $v = \Delta x / \Delta t$ bzw. $v = dx/dt$). Die Zeit ist eine universelle Größe und in allen Bezugssystem gleich.

Ein Beispiel:

Eine Lichtfront pflanzt sich in x-Richtung mit der Geschwindigkeit c fort ($x = ct$). Bezugssystem sei $S(x, t)$ (z.B. Autobahn). In einem zu $S(x, t)$ mit der Geschwindigkeit v bewegten Bezugssystem $S'(x', t)$ (z.B. fahrendes Auto) soll die Position der Lichtfront x' berechnet werden. Orts- und Zeitnullpunkte sind so gewählt, dass der Ursprung beider Systeme ($x = 0$, $x' = 0$) zum Zeitpunkt $t = 0$ zusammenfällt (z.B. fahrendes Auto und Lichtfront passieren zum Zeitpunkt $t = 0$ den Kilometerstein 0 einer Autobahn).

Betrachten wir ein Wege-Diagramm zu einem beliebigen Zeitpunkt $t > 0$:

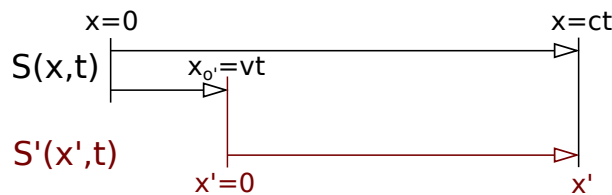


Figure 1: Klassisch: Wege-Diagramm zum Zeitpunkt $t > 0$ (gezeichnet für $v = 0.25c$)

Im Bezugssystem $S(x, t)$ befindet sich die Lichtfront nun am Ort $x = ct$ und der Ursprung des Bezugssystem $S'(x', t)$ (also $x' = 0$) am Ort $x_o' = vt$. Gesucht ist der Ort x' , an dem sich die Lichtfront im Bezugssystem $S'(x', t)$ befindet.

Mit Hilfe des Diagramms sieht man sofort:

$$x' = x - vt = ct - vt = (c - v)t = (1 - v/c)ct \quad (2)$$

Die Lichtfront bewegt sich danach also relativ zum Bezugssystem $S(x', t)$ mit der Geschwindigkeit $c - v$.

Was ergibt sich nun mit Einsteins Postulat von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit?

In Einsteins spezieller Relativitätstheorie sind Geschwindigkeiten ebenfalls relativ, nicht jedoch die Lichtgeschwindigkeit c . Die ist nach Einstein in allen Bezugssystemen konstant. Das Ergebnis davon ist, dass sich die Orts- und Zeitkoordinaten im bewegten System S' irgendwie anders ergeben müssen (Einstein: 'Bewegte Uhren gehen langsamer'). Wir führen dafür die neue Zeitkoordinate t' ein und nennen das bewegte System jetzt $S'(x',t')$.

Betrachten wir das Beispiel von eben, nun aber mit konstanter Lichtgeschwindigkeit c in beiden Bezugssystemen:

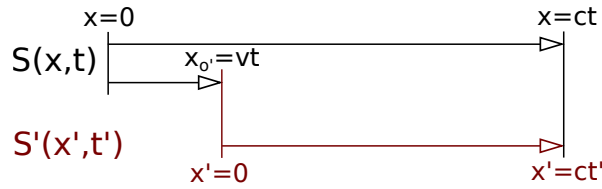


Figure 2: Relativistisch: Wege-Diagramm zum Zeitpunkt $t > 0$ (gezeichnet für $v = 0.25c$)

Aus dem Diagramm kann man wieder entnehmen:

$$x' = x - vt = ct - vt = (1 - v/c)ct \quad (3)$$

Zusammen mit der Bedingung $x' = ct'$ (Konstanz der Lichtgeschwindigkeit in allen Bezugssystemen) ergibt sich die Gleichung

$$x' = ct' = (1 - v/c)ct \quad (4)$$

und wir erhalten daraus schließlich

$$x' = (1 - v/c)ct \quad (5)$$

$$t' = (1 - v/c)t \quad (6)$$

Durch Einsetzen von $x = ct$ bzw. $t = x/c$ kann man die beiden Gleichungen auch schreiben als

$$x' = x - vt \quad (7)$$

$$t' = t - vx/c^2 \quad (8)$$

Anmerkung:

Die Ähnlichkeit mit Einsteins Lorentz-Transformation (s.u.) ist nicht zufällig. Schließlich haben wir ja die gleichen Annahmen verwendet, die auch zur Lorentz-Transformation führen.

Schauen wir uns zur Veranschaulichung das Ergebnis in einem x - t -Diagramm zum Zeitpunkt $t = T > 0$ an (Figure 3).

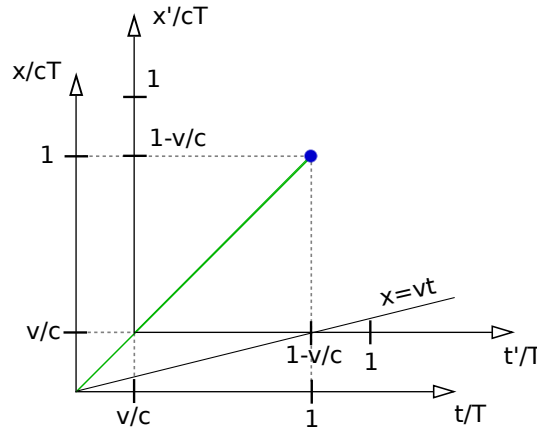


Figure 3: x - t -diagram mit Position der Lichtfront (blauer Punkt) zum Zeitpunkt $t = T > 0$

Daraus kann man ablesen:

- (1) Im Bezugssystem $S(x, t)$ hat die Lichtfront im Intervall von $t = 0$ bis $t = T$ den Weg $x = cT$ zurückgelegt. Das haben wir ja so vorausgesetzt.
- (2) Das Bezugssystem $S'(x', t')$ (genauer: der Referenzpunkt $x'=0$) hat sich mit der Geschwindigkeit v in x -Richtung bewegt und dabei den Weg vT zurückgelegt. Das haben wir ebenfalls vorausgesetzt.
- (3) Im Bezugssystem $S'(x', t')$ hat die Lichtfront im Intervall von $t' = 0$ bis $t' = (1 - v/c)T$ den Weg $x' = (1 - v/c)cT$ zurückgelegt. Es ergibt sich rechnerisch zwar die gleiche Lichtgeschwindigkeit $\Delta x' / \Delta t' = c$, aber Weg und Zeitintervall haben sich geändert. Das Zeitintervall für den gleichen Vorgang ist in S' kürzer als in S , was bedeutet, dass die Zeit in S' schneller laufen muß (anschaulich: Film im Zeitraffer anschauen). Das sieht man auch daran, dass der Referenzpunkt $t' = 0$ sich vorwärts in der Zeit bewegt (entspricht einer Zeitreise in die Zukunft).

Die Lösung (Gleichungen 5 und 6) ist eindeutig. Sie ergibt sich direkt aus den gemachten Voraussetzungen. Der Lorentzfaktor γ erscheint hier nicht.

Was hat denn nun Einstein ausgerechnet?

Einsteins Lösung wird berechnet mit Hilfe der Lorentz-Transformation, der mathematischen Formulierung der speziellen Relativitätstheorie ([1] S.20):

$$x' = \gamma (x - vt) \quad (9)$$

$$t' = \gamma \left(t - \frac{xv}{c^2} \right) \quad (10)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (11)$$

Unser Beispiel (d.h. $x = ct$) hat Einstein hat uns dort (am Ende des Kapitels, S.23) vorgerechnet:

$$x' = \gamma(1 - v/c)ct \quad (12)$$

$$t' = \gamma(1 - v/c)t \quad (13)$$

Wir können sein Ergebnis leicht nachrechnen, indem wir anstelle von x in den Transformationsgleichungen ct einsetzen ($x=ct$ war ja die Gleichung für die Lichtfront), und kommen so zum gleichen Ergebnis.

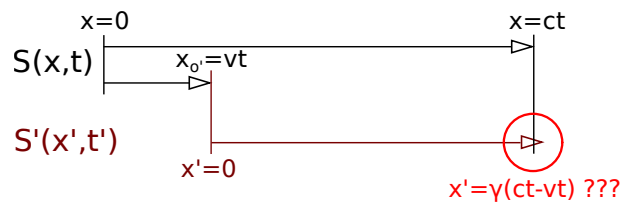


Figure 4: Einsteins Ergebnis ($v = 0.25c$, ergibt $\gamma \approx 1.034$)

Wir müssen feststellen, dass Einsteins Ergebnis falsch ist. Man sieht sofort (Figure 4):

$$x' \neq x - vt \quad (14)$$

$$\gamma(1 - v/c)ct = \gamma(ct - vt) \neq ct - vt \quad (15)$$

Wir folgern daraus:

Der Lorentzfaktor γ ergibt sich nicht aus den gemachten Annahmen. Wir haben gesehen, dass die Annahmen zu einem linearen Gleichungssystem führen mit einer eindeutigen Lösung führen. Ein lineares Gleichungssystem hat keine Quadratwurzel als Lösung. Die spezielle Relativitätstheorie Einsteins ist falsch.

An dieser Stelle könnten wir uns weitere Betrachtungen ersparen. Ein Fall soll jedoch noch betrachtet werden, der Fall nämlich, wenn die Lichtfront sich in die entgegengesetzte Richtung ($x = -ct$) bewegt.

Was erhalten wir, wenn sich die Lichtfront in die entgegengesetzte Richtung bewegt?

Betrachten wir dazu das folgende Bild:

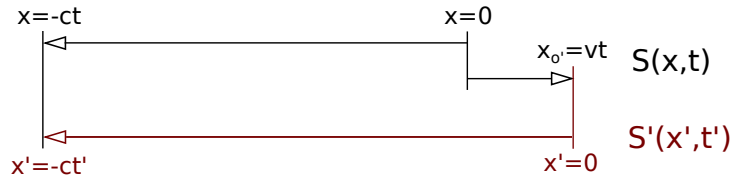


Figure 5: Relativistisch, $x = -ct$: Wege-Diagramm zum Zeitpunkt $t > 0$ (gezeichnet für $v = 0.25c$)

Aus dem Diagramm kann man entnehmen:

$$x' = x - vt = -ct - vt = -(1 + v/c)ct \quad (16)$$

Zusammen mit der Bedingung $x' = -ct'$ ergibt sich

$$x' = -ct' = -(1 + v/c)ct \quad (17)$$

und wir erhalten daraus schließlich

$$x' = -(1 + v/c)ct \quad (18)$$

$$t' = (1 + v/c)t \quad (19)$$

Schauen wir uns wieder Veranschaulichung das Ergebnis in einem x-t-Diagramm zum Zeitpunkt $t = T > 0$ an (Figure 6):

Daraus kann man ablesen:

- (1) Im Bezugssystem $S(x, t)$ hat die Lichtfront im Intervall von $t = 0$ bis $t = T$ den Weg $x = -cT$ zurückgelegt.
- (2) Das Bezugssystem $S'(x', t')$ (genauer: der Referenzpunkt $x' = 0$) bewegt sich mit der Geschwindigkeit v in x-Richtung.
- (3) Im Bezugssystem $S'(x', t')$ hat diese Lichtfront im Intervall von $t' = 0$ bis $t' = (1 + v/c)T$ den Weg $x' = -(1 + v/c)cT$ zurückgelegt. Das Zeitintervall

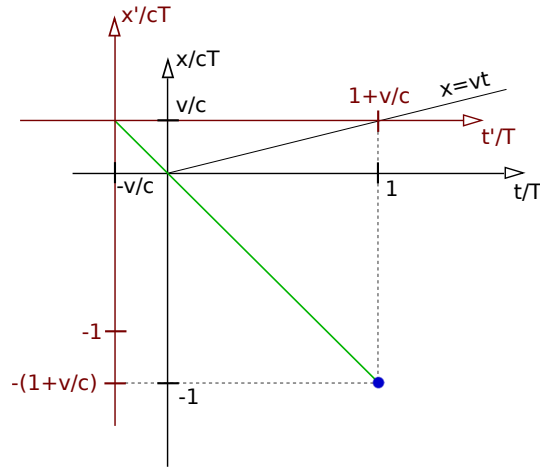


Figure 6: x-t-diagram mit Position der Lichtfront (blauer Punkt) zum Zeitpunkt $t = T$ für den Fall $x = -ct$

für den gleichen Vorgang ist in S' nun länger als in S , was bedeutet, dass die Zeit in S' langsamer laufen muß (anschaulich: Film in Zeitlupe anschauen). Das sieht man daran, dass der Referenzpunkt $t'=0$ sich rückwärts in der Zeit bewegt (entspricht einer Zeitreise in die Vergangenheit).

Stellen wir uns die Ergebnisse einmal anschaulich vor:

Wir fahren nachts auf der Autobahn. Die Lichter der Stadt, von der wir abgefahren sind, im Rücken ($x = ct$) läuft unsere Zeit schneller. Tauchen vor uns die Lichter unseres Zielortes auf ($x = -ct$), läuft unsere Zeit langsamer. Und was passiert, wenn wir eine Stadt durchqueren, mit Lichtern rund herum?

Das alles ist natürlich völlig absurd. Zeit kann nicht mal langsamer und mal schneller laufen, und schon gar nicht langsamer und schneller zugleich.

Schlußfolgerung

Einsteins spezielle Relativitätstheorie ist falsch. Der Lorentzfaktor γ ergibt sich nicht aus den gemachten Annahmen. Einsteins Postulat von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit führt, mit oder ohne den relativistischen Faktor γ , sofort zum Widerspruch.

Natürlich sind damit auch alle daraus abgeleiteten Theorien falsch, die allgemeine Relativitätstheorie eingeschlossen.

References

- [1] A. Einstein, *Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie (Gemeinverständlich)*. Druck und Verlag Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1917, <http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol6-doc/449>