

Die Keplerschen Gesetze

Die Keplerschen Gesetze gelten für alle Körper, die eine Zentralmasse umlaufen, wobei nur das 2. Keplersche Gesetz uneingeschränkt gültig ist. Das 1. Keplersche Gesetz zeigt Einschränkungen bei den Planetenbahnen, die nicht exakt geschlossen sind. Ein erster Anteil dieser *Periheldrehung* ist auf Störungen durch massereiche Planeten zurückzuführen (er macht bei Merkur 532" und bei der Erde 1165" pro Jahrhundert aus), ein zweiter auf Effekte der allgemeinen Relativitätstheorie (dieser beläuft sich bei Merkur auf 43" und bei der Erde auf 3,8" pro Jahrhundert).

Quelle: Zimmermann, Weigert, „ABC-Lexikon Astronomie“, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg Berlin Oxford 1995

Beim 3. Keplerschen Gesetz ist die Masse m des umlaufenden Körpers im Vergleich zur Masse M des Zentralkörpers zu beachten. Ist m gegenüber M nicht vernachlässigbar, liegt im einfachsten Fall ein Zweikörperproblem vor. Dann gelten die beiden ersten Keplerschen Gesetze unverändert, lediglich im 3. Keplerschen Gesetz ist die Gesamtmasse zu verwenden. Dies zeigt die folgende Überlegung, bei der von kreisförmigen Bahnen ausgegangen wird.

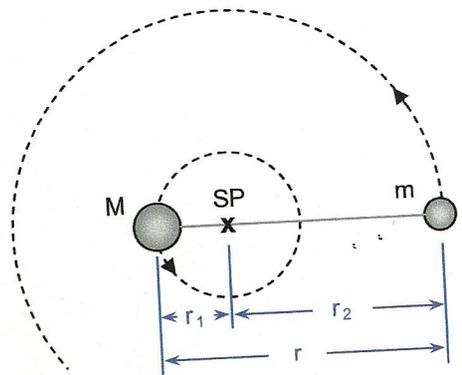
Die Zentralkräfte für die beiden Körper sind betragsgleich, also ist $M\omega_1^2 r_1 = m\omega_2^2 r_2$.
Wegen $\omega_1 = \omega_2$ (da gleiche Umlaufdauer) folgt zunächst die „Schwerpunktgleichung“ $Mr_1 = mr_2$ und daraus mit $r_1 + r_2 = r$ der Ausdruck $(M+m) \cdot r_1 = mr$.

Für beide Massen ist der Betrag der Zentripetalkraft gleich der Gravitationskraft,

$$G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = M \cdot \omega^2 \cdot r_1 = M \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{m}{M+m} \cdot r.$$

Hieraus folgt schließlich die Erweiterung des 3. Keplerschen Gesetzes: $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot (M+m)}$.

Daran lässt sich ablesen, dass $\frac{T^2}{r^3}$ nur bei einer sehr großen Zentralmasse M für alle Planeten annähernd gleich ist.



Ergänzung

Eine Herleitung der Keplerschen Gesetze ist nicht vorgesehen. Interessierte Kolleginnen und Kollegen finden eine kurze Ableitung zum Beispiel in [L16], S. 3 ff.