

8 Strömungen in Rohrleitungen

Rohrleitungen sind langgestreckte geschlossene Systeme, die vom Fluid durchströmt werden. Das Strömungsverhalten ist durch die Reibung entlang des benetzten Umfangs geprägt. Technische Anwendungen dienen dem Transport von Fluiden als Masse, wie Wasser, Öl oder Gas, oder dem Transport von Fluiden als Energieträger, wie bei Hochdruckleitungen in Wasserkraftwerken oder bei Wärme- bzw. Kühlleitungen.

Hauptaugenmerk in diesem Kapitel liegt auf der Analyse von stationären gleichförmigen Strömungen im vollgefüllten Rohr mit Kreisquerschnitt. Zusätzliche Aspekte beziehen sich auf Strömungsungleichförmigkeiten bei Querschnittsänderungen und auf das Widerstandsverhalten in nichtkreisförmigen Querschnitten. Rohrströmungen mit nur teilgefüllten Querschnitten sind ein Fall von Gerinneströmungen mit freiem Spiegel (sh. Kap. 10).

8.1 Schubspannungsverteilung

Die Schubspannungsverteilung in einer Rohrströmung ist unabhängig vom internen Fließzustand, ob laminar oder turbulent.

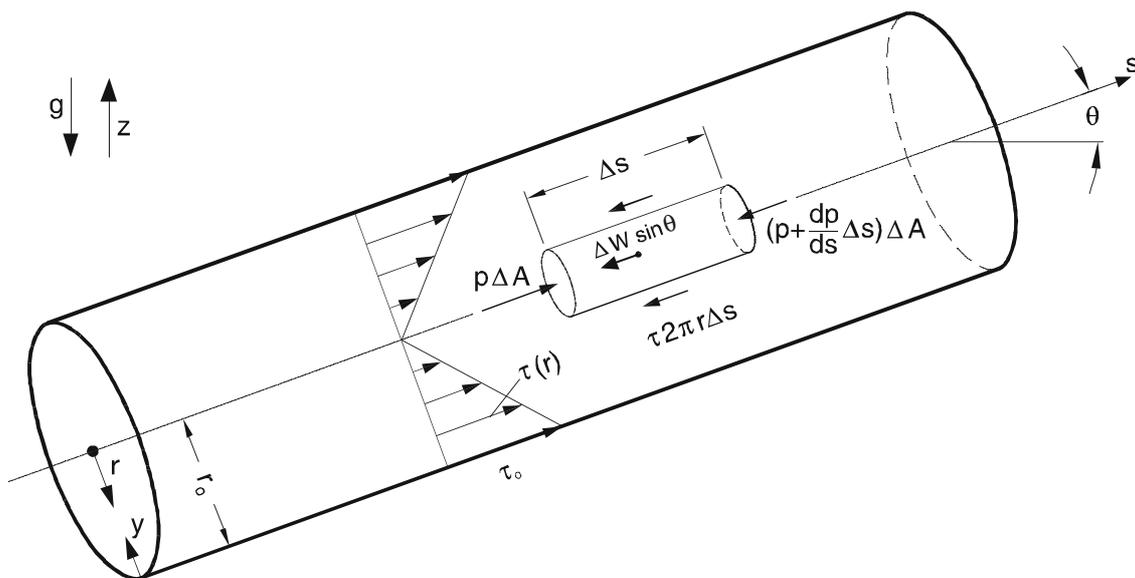


Abb. 8.1: Strömung in einem Kreisrohr mit Schubspannungsverteilung

Zur Herleitung der Schubspannungsverteilung wird ein lokales, zylindrisches Kontrollvolumen der Länge Δs und dem Radius r betrachtet, das mit einem Winkel θ gegen die Horizontale geneigt ist, wobei $\sin\theta = dz/ds$.

Aus dem Kräftegleichgewicht in s -Richtung zwischen Druckkräften, Gewicht und Schubspannungskraft an der Peripherie des K.V. folgt

$$-\frac{dp}{ds} \Delta s \Delta A - \gamma \Delta A \Delta s \frac{dz}{ds} - \tau(2\pi r) \Delta s = 0 \quad (8.1)$$

wobei $\Delta A = r^2 \pi$. Demnach

$$\tau = \frac{r}{2} \left[-\frac{d}{ds} (p + \gamma z) \right] \quad (8.2a)$$

Der Klammeraustausch entspricht den Gradienten des piezometrischen Druckes, Gl. (7.7), so daß

$$\tau = (-G_p) \frac{r}{2} \quad (8.2b)$$

d.h. die Schubspannungsverteilung im Kreisrohr ist immer linear (sh. Abb. 8.1) und unabhängig von den Fließbedingungen. Die maximale Schubspannung τ_o tritt an der Rohrwand auf

$$\tau_o = (-G_p) \frac{r_o}{2} \quad (8.2c)$$

Wird eine gleichförmige Strömung über eine Rohrlänge L betrachtet (sh. Abb. 8.2), so ergibt sich aus der Abnahme der Druckhöhe h_v

$$\frac{h_v}{L} = -\frac{G_p}{\gamma} = I_p \quad (8.3)$$

wobei I_p das Gefälle der Drucklinie ist, Gl. (7.7a). Da in einer gleichförmigen Strömung Druck- und Energielinie parallel zueinander sind, entspricht h_v natürlich auch der Energieverlusthöhe im Sinne der Arbeits-Energie-Gl. (5.16).

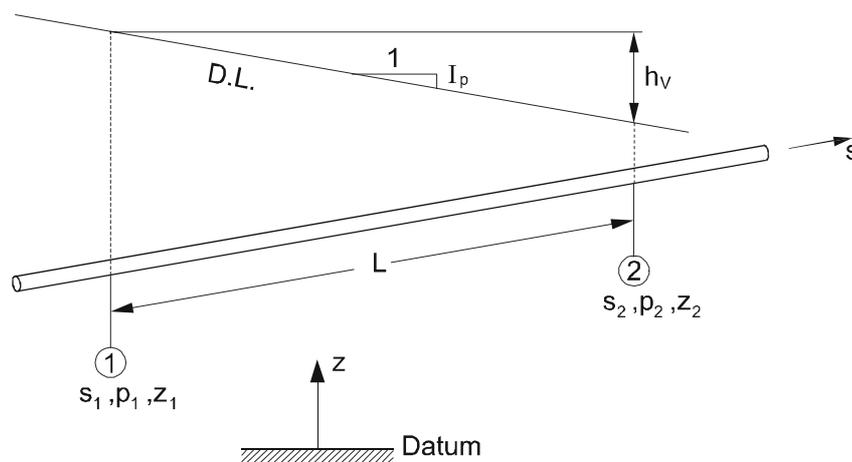


Abb. 8.2: Energieverlust bei gleichförmiger Strömung in einem Rohrschnitt

Aus Gl. (8.2c) und (8.3) ergibt sich folgende Beziehung zwischen Energieverlusthöhe und Wandschubspannung in einem Kreisrohr mit Durchmesser, $D = 2r_o$, und Länge L

$$h_v = 4 \frac{L}{D} \frac{\tau_o}{\gamma} \quad (8.4)$$

was auch direkt aus dem Kräftegleichgewicht zwischen Schubspannungskraft entlang der Rohrperipherie und Nettodruckkraft

$$\tau_o D \pi L = \gamma h_v \frac{D^2 \pi}{4} \quad (8.5)$$

abzuleiten wäre.

Die Geschwindigkeitsverteilung, die sich als Folge der Schubspannungsverteilung in der Strömung einstellt, hängt von den Impulsaustauschbedingungen ab, d.h. ob die Strömung laminar oder turbulent ist.

8.2 Laminare Rohrströmung (Poiseuille-Strömung)

Mit der Wandkoordinate, $y = r - r_o$, führt der Newtonsche Ansatz zu

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = -\mu \frac{du}{dr}$$

und mit Gl. (8.2b) folgt

$$\frac{du}{dr} = \frac{G_p}{2\mu} r \quad (8.6)$$

Integration mit der Haftbedingung, $r = r_o$; $u = 0$, führt zu

$$u = \frac{-G_p}{4\mu} (r_o^2 - r^2) \quad (8.7)$$

also einer parabolischen Geschwindigkeitsverteilung (sh. Abb. 8.3). Für die maximale Ge-

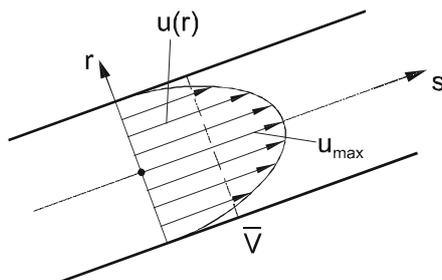


Abb. 8.3: Parabolische Geschwindigkeitsverteilung in laminarer Rohrströmung

geschwindigkeit u_{\max} in der Rohrachse gilt

$$u_{\max} = \frac{-G_p}{4\mu} r_o^2 \quad (8.8)$$

Der Durchfluß ergibt sich durch Integration über den Querschnitt

$$Q = \left(-G_p\right) \frac{\pi r_o^4}{8\mu} \quad (8.9)$$

und die mittlere Geschwindigkeit ist

$$\bar{V} = \frac{Q}{A} = \frac{-G_p}{8\mu} r_o^2 = \frac{1}{2} u_{\max} \quad (8.10)$$

Wird eine Strömung über Rohrlänge L mit Rohrdurchmesser D betrachtet (Abb. 8.2), so erhält man aus Gl. (8.10) zusammen mit Gl. (8.3)

$$h_v = \frac{32\mu L \bar{V}}{\gamma D^2} \quad \text{Hagen-Poiseuille-Gleichung} \quad (8.11)$$

also ein Druckabfall, der linear zur Geschwindigkeit ist.

Bei einem Volumenstrom $Q = \bar{V} D^2 \pi / 4$ ergibt sich daraus eine erforderliche Leistung P

$$P = \frac{128\mu L Q^2}{\pi D^4} \quad (8.12)$$

die aufgebracht werden muß (z.B. durch eine Pumpe), um das Fluid zu bewegen.

Laminare Rohrströmungen treten auf, wo relativ kleine Fluidmengen durch dünne Leitungen strömen, also z.B. in chemischen Apparaturen oder in der Schmiermitteltechnik. Sie finden sich auch in biologischen Systemen, z.B. Strömungen in Pflanzenkapillaren oder in Blutgefäßen.

8.3 Transition von laminarer zu turbulenter Strömung

Der Umschlag vom laminaren zum turbulenten Strömungszustand in einer Rohrströmung ist durch die Reynoldszahl, $Re = VD/v$, bestimmt, wie schon in Abschn. 3.2 anhand des klassischen Reynolds-Experiments erklärt wurde. Ein kritischer Wert für die Transition

$$Re_{\text{krit}} = 2000$$

wurde dabei als für die Praxis wichtiger Richtwert angegeben.

Tatsächlich ist es so, daß die kritische Reynoldszahl zum Teil vom experimentellen Ablauf abhängt. Wird das Experiment so gefahren, daß die Durchflußgeschwindigkeit V allmählich erhöht wird, so kann sich bei sorgfältiger Kontrolle (z.B. absolut glattes Rohr, vollkommene Strömungsfreiheit) ein wesentlich größerer kritischer Wert einstellen, eine sogenannte "obere kritische Reynoldszahl" mit Werten von 40.000 und mehr. Andererseits aber kann das Experiment umgekehrt gefahren werden, wobei man mit hohen Geschwindigkeiten und somit turbulenten Verhältnissen beginnt und die Geschwindigkeit allmählich reduziert bis sich die Strömung stabilisiert ("laminarisiert"). Hier wird eine "untere kritische Reynoldszahl" beobachtet, die immer bei etwa 2000 liegt. Für die Praxis ist das der wichtige Richtwert, d.h. für $Re < 2000$ ist die Strömung definitiv laminar, da selbst vorhandene starke Störungen gedämpft werden, und für $Re \geq 2000$ ist sie praktisch immer turbulent, da normalerweise genügend Störeinflüsse vorhanden sind.

Ein weiteres Indiz für das unterschiedliche Verhalten je nach internem Fließzustand ist in Abb. 8.4 skizziert. Die Energieverlusthöhe h_v (äquivalent zur Druckabnahme) kann über eine bestimmte Rohrlänge L gemessen werden. Im laminaren Bereich ist dabei h_v direkt proportional zur Geschwindigkeit,

$$h_v \approx V \quad (8.13)$$

der Hagen-Poiseuille-Gl. (8.11) entsprechend. Nach der Transition nimmt h_v plötzlich zu und steigt dann im turbulenten Bereich etwa mit dem Quadrat der Geschwindigkeit an

$$h_v \approx V^2 \quad (8.14)$$

Dieser gesteigerte Energieverlust entspricht dem verstärkten Energieaustausch und demnach den größeren Wandspannungen, die durch die turbulenten Wirbelbewegungen getragen werden.

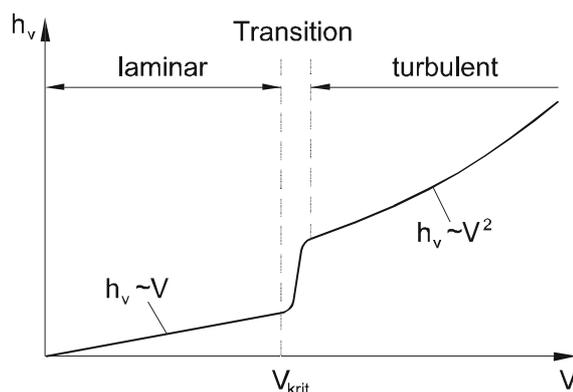


Abb. 8. 4: Verlusthöhe als Funktion der Geschwindigkeit in einer Rohrströmung

8.4 Turbulente Rohrströmung

Auf die Universalität des logarithmischen Gesetzes, Gl. (7.32), für alle Strömungen mit "Wandturbulenz"¹, d.h. wo Scherung entlang einer freien Wand die Turbulenz erzeugt, wurde schon in Abschn. 7.2.2 anhand der turbulenten Grenzschichten hingewiesen.

Abb. 8.5 zeigt schematisch die Ähnlichkeiten zwischen den turbulenten Strömungen in einer G.S. bzw. in einem Rohr auf. Die G.S. ist zwar eine sich entwickelnde Strömung, $\delta(x)$, trotzdem aber kann ein lokales Gleichgewicht mit einem konstanten Impulsaustausch, $\tau \approx \text{const.}$, in der wandnahen Zone angenommen werden. Die Rohrströmung ist dagegen axisymmetrisch gleichförmig mit gegebenem Radius r_0 , und die Schubspannung ist hier linear verteilt. Wohl aber kann angenommen werden, daß in den wandnahen Zonen (mit kleinem y), wo die Scherung und demnach die Turbulenzerzeugung am stärksten sind, die Schubspannung nur wenig von den Wandwerten abweicht $\tau \approx \text{const.} = \tau_0$, und auch die Krümmungseffekte unwesentlich sind.

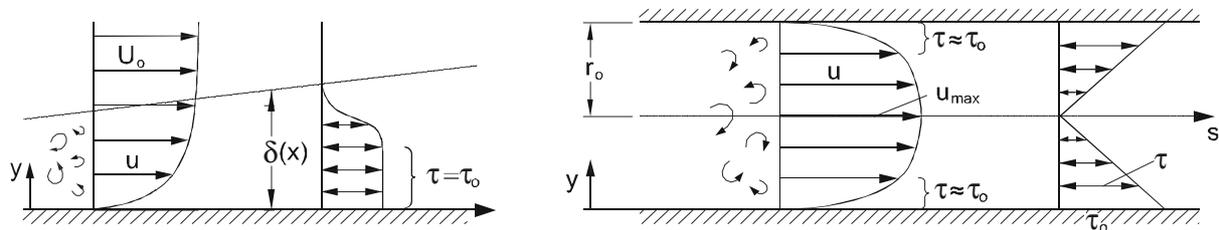


Abb. 8.5: Schematischer Vergleich zwischen turbulenter G.S.-Strömung und turbulenter Rohrströmung

Diese Analogien werden im folgenden verwendet, um zu Gesetzmäßigkeiten über Geschwindigkeitsverteilung bzw. Reibungswiderstände zu gelangen. Dabei wird sowohl das Rohr mit glatten Wänden als auch der Effekt der Rohrrauheit betrachtet. Die wesentliche Skalierungsgröße ist hier die Schubspannungsgeschwindigkeit $u_* = \sqrt{\tau_0 / \rho}$, Gl. (7.27).

8.4.1 Geschwindigkeitsverteilung

a) Glattes Rohr:

a.1) Viskose Unterschicht:

In Wandnähe sind die turbulenten Bewegungen unterdrückt, so daß in Analogie zur G.S., Gl. (7.29b)

$$\frac{u}{u_*} = \frac{y}{\ell_v} \quad (8.15)$$

¹ Im Gegensatz dazu ist bei Strömungen mit freier Turbulenz die interne Scherung durch Geschwindigkeitsgradienten für die Turbulenzerzeugung verantwortlich. Beispiele hierzu sind turbulente Strahlen (engl. "jets") oder Nachlaufströmungen (engl. "wakes"). Für diese turbulenten Strömungstypen ist das logarithmische Gesetz nicht gültig.

mit der Definition der viskosen Länge ℓ_v , Gl. (7.28). Gl. (8.15) ist für den Bereich von $0 < \frac{y}{\ell_v} < 5$ gültig.

a.2) Turbulente wandnahe Zone:

Aus der Analogie zur turbulenten G.S., Gl. (7.34), ergibt sich

$$\frac{u}{u_*} = 2,5 \ln \frac{y}{\ell_v} + 5,5 \quad (8.16)$$

Allerdings ist der Gültigkeitsbereich, $20 < \frac{y}{\ell_v} < 100.000$, wesentlich vergrößert.

a.3) Turbulente Außenzone im Rohrkern:

Hier wird das logarithmische Gesetz mit den Randbedingungen an der Rohrachse, $y = r_o$; $u = u_{\max}$, ausgewertet

$$\frac{u_{\max} - u}{u_*} = -2,5 \ln \frac{y}{r_o} \quad (8.17)$$

wobei u_{\max} die Maximalgeschwindigkeit ist. Gl. (8.17) gilt für den Zentralbereich $\frac{y}{r_o} > 0,15$,

wobei eine Überlagerung mit Gl. (8.16) möglich ist. Im Gegensatz zur turbulenten G.S., Gl. (7.35b), ist hier keine Korrektur in Form einer Nachlauffunktion notwendig, da die Strömung im Rohrkern immer voll turbulent ist.

b) Rauhes Rohr:

In der Praxis sind die Rohrwände mehr oder weniger rauh. Diese Oberflächenrauheit ergibt sich einmal aus der Herstellung (z.B. sind Betonrohre wesentlich rauher als Glasrohre) als auch durch betriebsbedingte Ablagerungen (Korrosion oder Inkrustation).

Abb. 8.6 zeigt die Wandrauheiten, gegeben durch Unebenheiten, Vorsprünge, Zähne bzw. Kerben, die durch einen Längenmaßstab, der sogenannten Rauheit k_s , gemessen werden.

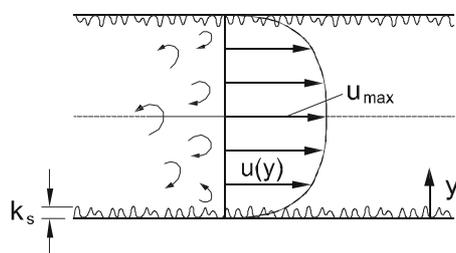


Abb. 8.6: Turbulente Strömung in einem Rohr mit Wandrauheiten

Ob eine turbulente Strömung maßgeblich von der Wandrauheit beeinflusst wird oder nicht, hängt von der Wechselwirkung zum viskosen Verhalten in Wandnähe ab. Die Dicke der viskosen Unterschichten, die sich in Wandnähe ausbildet, ist etwa $10 \ell_v$. Demnach können folgende Unterscheidungen getroffen werden:

Hydraulisch glatte Wand, $k_s \ll 10\ell_v$: Die Wandrauheit ist kleiner als die viskose Unterschicht und hat keinen Einfluß auf die turbulente Strömung.

Hydraulisch rauhe Wand, $k_s \gg 10\ell_v$: Die Wandrauheit dominiert das Strömungsverhalten, während die Viskosität unwesentlich ist.

Dazwischen liegen natürlich Übergangsbereiche. In der obigen Klassifizierung ist auch zu berücksichtigen, daß die viskose Länge ℓ_v selbst eine Funktion der Strömungsstärke ist und mit zunehmenden Geschwindigkeiten (also zunehmenden Scherspannungen) abnimmt.

b.1) Turbulente wandnahe Zone:

Für das rauhe Rohr gibt es keine viskose Unterschicht und das universelle logarithmische Gesetz Gl. (7.32)

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln y + C$$

wird direkt mit der Randbedingung an der Position der Rauheit, $y = k_s$, ausgewertet, wo die Geschwindigkeit gleich einer unbekanntem Referenzgeschwindigkeit, $u = u_k$, ist. Wird diese so geformte Gleichung von Gl. (7.32) abgezogen, ergibt sich

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{k_s} + \frac{u_k}{u_*} \quad (8.18)$$

Der zweite Term auf der rechten Seite entspricht einer Konstanten $B = \frac{u_k}{u_*}$, die aus Experimenten ausgewertet wird, $B = 8,5$, so daß

$$\frac{u}{u_*} = 2,5 \ln \frac{y}{k_s} + 8,5 \quad (8.19)$$

wobei $\kappa = 0,4$ als universeller Wert eingesetzt wurde. Gl. (8.19) gilt im Bereich der wandnahen Zone, $\frac{y}{r_0} < 0,15$.

b.2) Turbulente Außenzone im Rohrzentrum:

Hier gilt Gl. (8.17) wie für das glatte Rohr.

Tabelle 8.1 gibt eine Übersicht über die Geschwindigkeitsverteilungen bei turbulenten Strömungen im glatten bzw. rauhen Rohr. Zur Unterscheidung, ob sich ein spezifischer Strömungsfall "hydraulisch glatt" oder "hydraulisch rau" verhält, muß das Reibungsverhalten berücksichtigt werden (sh. folgender Abschn. 8.4.2).

Laminare Rohrströmung, Re < 2000	Turbulente Rohrströmung, Re ≠ 2000			
	Glattes Rohr		Rauhes Rohr	
$\frac{u}{u_{\max}} = \left(1 - \left(\frac{r}{r_o}\right)^2\right)^2$	Viskose Unterschicht $0 < \frac{y}{\ell_v} < 5$	$\frac{u}{u_*} = \frac{y}{\ell_v}$	-	-
	Pufferzone $5 < \frac{y}{\ell_v} < 20$	Übergang	-	-
	Turbulente Innenzone $20 < \frac{y}{\ell_v} < 100.000$	$\frac{u}{u_*} = 2,5 \ln \frac{y}{\ell_v} + 5,5$	Turbulente wandnahe Zone $\frac{y}{r_o} < 0,15$	$\frac{u}{u_*} = 2,5 \ln \frac{y}{k_s} + 8,5$
	Turbulente Außenzone $0,15 < \frac{y}{r_o} \leq 1,0$	$\frac{u_{\max} - u}{u_*} = -2,5 \ln \frac{y}{r_o}$	Turbulente Außenzone $0,15 < \frac{y}{r_o} \leq 1,0$	$\frac{u_{\max} - u}{u_*} = -2,5 \ln \frac{y}{r_o}$

Tabelle 8.1: Universelle Gesetze für die Geschwindigkeitsverteilung in laminaren bzw. turbulenten Rohrströmungen

Die logarithmischen Geschwindigkeitsgesetze gelten generell, unabhängig von der Reynoldszahl der Strömung. Für praktische Berechnungen werden oft einfache Potenzformeln vom Typus

$$\frac{u}{u_{\max}} = \left(\frac{y}{r_o}\right)^m \quad (8.20)$$

als Näherungsformeln verwandt. Hier ist die Potenz m aber nicht universell, sondern abhängig von der Reynoldszahl $Re = VD/v$. Zum Beispiel ist

$$\begin{aligned} m = 1/6 & \quad \text{für } Re \approx 4 \times 10^3 \\ m = 1/7 & \quad \text{für } Re \approx 10^5 \\ m = 1/9 & \quad \text{für } Re \approx 10^6 \end{aligned}$$

d.h. das Geschwindigkeitsprofil wird "voller" für höhere Reynoldszahlen, wie in Abb. 8.7 gezeigt ist.

8.4.2 Reibungswiderstand

Der Reibungswiderstand in turbulenten Rohrströmungen, ausdrückbar entweder durch die Wandschubspannung τ_o oder die Verlusthöhe h_v (sh. Gl. 8.4), hängt innig mit den Geschwindigkeitsverteilungen zusammen. Sowohl Viskosität als auch Wandrauheit beeinflussen demnach allgemein den Reibungswiderstand.

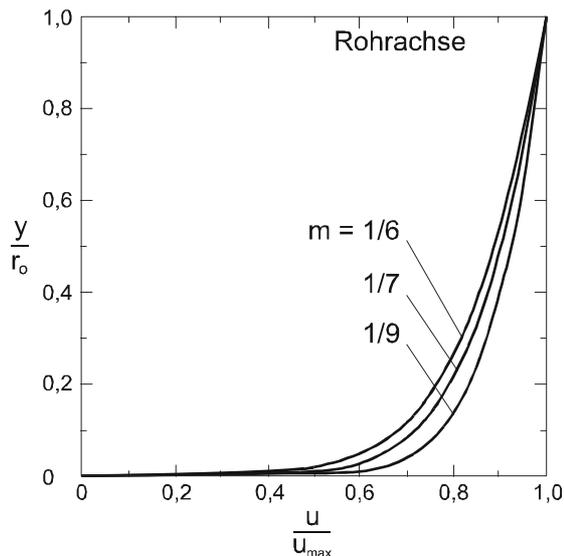


Abb. 8.7: Potenzformeln für turbulente Geschwindigkeitsprofile in Rohrströmungen in Abhängigkeit von der Reynoldszahl

Da die Verlusthöhe h_v erfahrungsgemäß etwa proportional mit dem Quadrat der mittleren Geschwindigkeit zunimmt (vgl.

Abb. 8. 4), wird sie traditionsgemäß mit dem Ansatz nach Darcy-Weisbach

$$h_v = \lambda \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (8.21)$$

dargestellt. λ ist der dimensionslose Reibungsbeiwert nach Darcy-Weisbach.

Anwendung von Gl. (8.4) zeigt die Beziehung zur Wandschubspannung

$$\tau_o = \frac{\lambda}{4} \rho \frac{V^2}{2} \quad (8.22)$$

Der relative Einfluß der Fluidviskosität ν und der Wandrauheit k_s in einer Strömung mit mittlerer Geschwindigkeit V und Rohrdurchmesser D wird durch zwei dimensionslose Parameter, die Reynoldszahl Re und die relative Rauheit k_s/D , ausgedrückt. Der Reibungsbeiwert λ ist demnach i.a. eine Funktion dieser beiden Parameter

$$\lambda = f\left(Re = \frac{VD}{\nu}, \frac{k_s}{D}\right) \quad (8.23)$$

Die Reibungsbeiwerte von turbulenten Rohrströmungen wurden empirisch durch zahlreiche Versuche über einen breiten Parameterbereich, Re und k_s/D , evaluiert. Die ausführlichen Versuche von Nikuradse (1926) sind hier besonders wichtig. Die Resultate solcher Messungen sind im Diagramm nach Moody (1944) (Abb. 8.8) zusammengefaßt.

Die doppellogarithmische Darstellung im Moody-Diagramm zeigt die folgenden wichtigen Zusammenhänge für den turbulenten Bereich ($Re > 2000$):

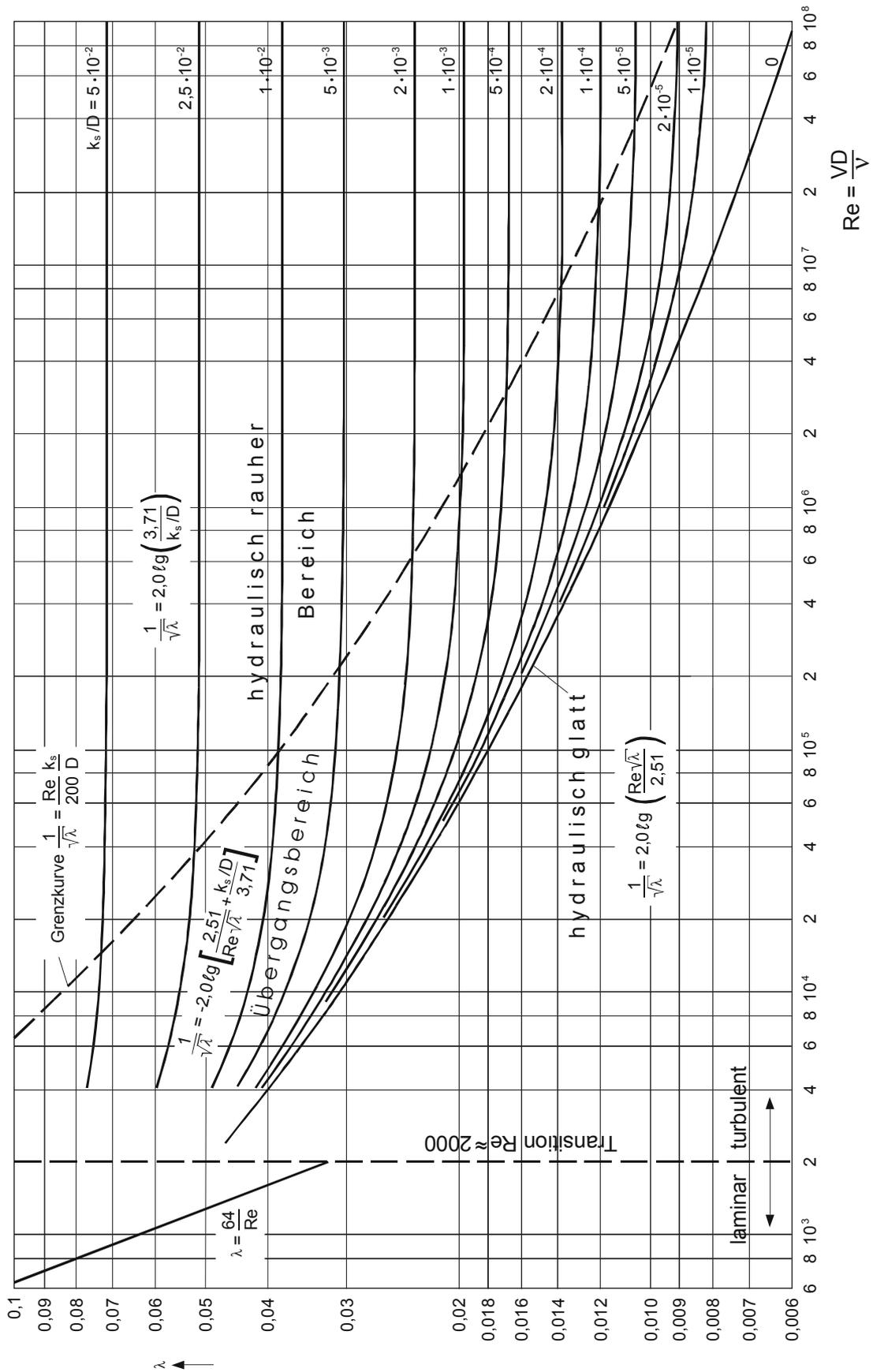


Abb. 8.8: Moody-Diagramm: Reibungsbeiwerte für Rohrleitungsströmungen als Funktion der Reynoldszahl Re und relativen Rauheit k_s/D

1) Hydraulisch glattes Rohr:

Hier ist die Reibung unabhängig von der Wandrauheit, $\lambda = f(\text{Re})$. Das folgende empirische Gesetz gilt

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2,0 \lg(\text{Re}\sqrt{\lambda}) - 0,8 = 2,0 \lg \frac{\text{Re}\sqrt{\lambda}}{2,51} \quad (8.24)$$

2) Hydraulisch rauhes Rohr:

Der Reibungsbeiwert ist eine Funktion von der relativen Rauheit allein, $\lambda = f(k_s/D)$, deren Form sich aus den Messungen als

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2,0 \lg \frac{k_s}{D} + 1,14 = 2,0 \lg \frac{3,71}{k_s / D} \quad (8.25)$$

ergibt.

3) Übergangsbereich:

Eine Interpolationsformel, die den gemessenen Übergang zwischen Gl. (8.24) und (8.25) beschreibt, ist nach Colebrook und White (1938)

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2,0 \lg \left[\frac{2,51}{\text{Re}\sqrt{\lambda}} + \frac{k_s / D}{3,71} \right] \quad (8.26)$$

Im Übergangsbereich ist zu sehen, daß eine bestimmte Rauheit (gegebener Wert k_s/D) mit zunehmender Reynoldszahl Re einen immer größeren Einfluß auf die Strömung hat. Dies ergibt sich durch abnehmende Dicke der viskosen Schicht ($\sim 10 \ell_v$) wie in Abschn. 8.4.1 diskutiert wurde.

Die obigen Formeln haben den Nachteil, daß λ nicht als explizite Funktion, so wie es z.B. für Berechnungen in Computerprogrammen nützlich wäre, dargestellt wird. Eine alternative Formel, die den funktionalen Zusammenhang explizit darstellt, ist nach Swamee und Jain (1976)

$$\lambda = \frac{0,25}{\left[\lg \left(\frac{k_s}{3,7D} + \frac{5,74}{\text{Re}^{0,9}} \right) \right]^2} \quad (8.27)$$

mit dem Gültigkeitsbereich $10^{-6} < \frac{k_s}{D} < 10^{-2}$ und $4 \cdot 10^3 < \text{Re} < 10^8$.

Das Moody-Diagramm schließt auch der Vollständigkeit halber den laminaren Bereich ($\text{Re} < 2000$) ein. Der Vergleich der Hagen-Poiseuille-Gl. (8.11) zum Ansatz nach Darcy-Weisbach, Gl. (8.21), führt zu

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}} \quad (8.28)$$

d.h. die Poiseuille-Strömung ist rein viskos kontrolliert und unabhängig von Wandrauheiten.

Klar ersichtlich ist auch die starke Zunahme der Strömungsreibung nach der Transition in den turbulenten Bereich (vgl. auch Abb. 8. 4).

Zur Benutzung des Moody-Diagrammes muß die Rauheit k_s des jeweiligen Rohrmaterials bekannt sein. Hierbei ist zu berücksichtigen, daß nicht nur die tatsächliche geometrische Abmessung der Rauheiten und Textur (z.B. Welligkeit) wichtig sind. Tabelle 8.2 gibt eine Zusammenfassung für die sogenannten "äquivalenten Sandrauheiten" von verschiedenen Rohrmaterialien, d.h. der tatsächlich gemessene Reibungsverlust für diese Rohrmaterialien wurde verglichen mit Referenztests (bes. nach Nikuradse, 1926), bei denen sorgfältig mit Sandrauheiten versehene Rohre untersucht wurden.

Werkstoff und Rohrart	Zustand	k_s (mm)	
Gezogene und gepreßte Rohre aus Kupfer und Messing, Glasrohre	technisch glatt, auch Rohre mit Metallüberzug (Kupfer, Nickel, Chrom)	0.00135-0.00152	
Kunststoffrohre	neu	0.0015-0.0070	
Nahtlose Stahlrohre, neu gewalzt und gezogen	typische Walzhaut	0.02-0.06	
	gebeizt	0.03-0.04	
	ungebeizt	0.03-0.06	
	rostfreier Stahl, mit Metallspritzüberzug	0.08-0.09	
	sauber verzinkt	0.07-0.10	
	handelsübliche Verzinkung	0.10-0.16	
	aus Stahlblech geschweißt neu	typische Walzhaut	0.04-0.10
		bituminiert	0.01-0.05
		zementiert	etwa 0.18
	Stahlrohre gebraucht	galvanisiert, für Belüftungsrohre	etwa 0.008
gleichmäßige Rostnarben		etwa 0.15	
mäßig verrostet, leichte Verkrustung		0.15-0.40	
mittelstarke Verkrustung		etwa 0.15	
starke Verkrustung		2-4	
nach längerem Gebrauch gereinigt		0.15-0.20	
bituminiert, z.T. beschädigt, Roststellen		etwa 0.1	
nach mehrjährigem Betrieb		etwa 0.5	
Ablagerungen in blättriger Form		etwa 1.1	
25 Jahre in Betrieb, unregelmäßige Teer- und Naphtalinablagerungen		etwa 2.5	
Gußeiserne Rohre	neu, typische Gußhaut	0.2-0.3	
	neu, bituminiert	0.1-0.13	
	gebraucht, angerostet	1-1.5	
	verkrustet	1.5-4	
	nach mehrjährigem Betrieb gereinigt	0.3-1.5	
	städt. Kanalisationen	etwa 1.2	
Betonrohre	stark verrostet	4.5	
	neu, handelsüblich. Glattstrich	0.3-0.8	
	neu, handelsüblich, mittelrauh	1-2	
	neu, handelsüblich, rauh	2-3	
	neu, Stahlbeton, glatt	0.1-0.15	
	neu, Schleuderbeton, glatt	0.1-0.15	
	neu, Schleuderbeton, ohne Verputz	0.2-0.8	
	glatte Rohre, nach mehrjährigem Betrieb	0.2-0.3	
	Mittelwert Rohrstrecken ohne Stöße	0.2	
	Mittelwert Rohrstrecken mit Stößen	2.0	
Rohre aus Asbestzement	neu, glatt	0.03-0.10	
Tonrohre	neu, Drainagerohre	etwa 0.7	
	neu, aus rohen Tonziegeln	etwa 9	

Tabelle 8.2: Äquivalente Sandrauheiten für verschiedene Rohrmaterialien

Nicht-kreisförmige Rohrquerschnitte:

Die meisten Rohrleitungen haben einen Kreisquerschnitt. Trotzdem sind andere Querschnittsformen für die Praxis wichtig (z.B. Rechtecksquerschnitte bei Gebäudebelüftungsleitungen). Zur Bemessung des Reibungsverhaltens bei solchen Strömungsquerschnitten ist das Konzept des hydraulischen Radiuses wichtig.

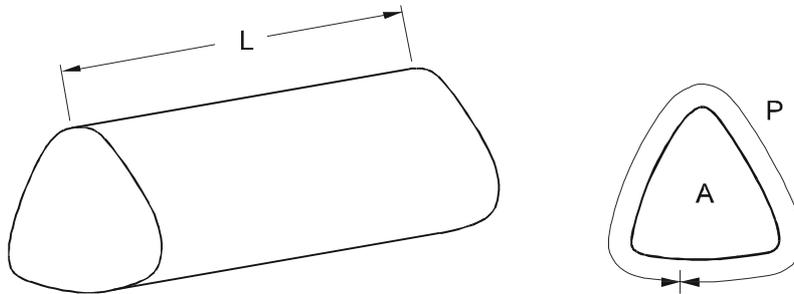


Abb. 8.9: Rohrstück mit willkürlichem Querschnitt

Abb. 8.9 zeigt ein Rohrstück mit willkürlichem Querschnitt, gekennzeichnet durch eine Querschnittsfläche A und den benetzten Umfang P . Das Kräftegleichgewicht an diesem Rohrstück gibt, analog zu Gl. (8.5),

$$\tau_o PL = \gamma h_v A \quad (8.29)$$

wobei τ_o als mittlere Schubspannung am benetzten Umfang angenommen wurde. Wird τ_o generell in den Darcy-Weisbach-Ansatz, Gl. (8.22), eingesetzt, so ergibt sich

$$h_v = \frac{\lambda}{4} \frac{L}{A/P} \frac{V^2}{2g}$$

und mit der Definition des hydraulischen Radiuses R_h

$$\frac{A}{P} = R_h \quad (8.30)$$

erhält man

$$h_v = \lambda \frac{L}{4R_h} \frac{V^2}{2g} \quad (8.31)$$

die verallgemeinerte Bemessungsformel für nicht-kreisrunde Rohre.

Nachdem für ein Kreisrohr, $R_h = D/4$, bzw. $D = 4 R_h$, gilt, kann das Moody-Diagramm auch für nicht-kreisrunde Rohre angewendet werden, wobei

$$\lambda = f\left(\text{Re} = \frac{V \cdot 4R_h}{\nu}, \frac{k_s}{4R_h}\right) \quad (8.32)$$

Diese Vorgehensweise ist für die Praxis ausreichend genau. Das Konzept des hydraulischen Radiuses ist auch für die Analyse von Gerinneströmungen, die ja ein genereller Fall eines nichtkreisförmigen Querschnittes sind, wesentlich (sh. Abschn. 10.1 und 10.3).

8.5 Ungleichförmige Strömungen in Rohrleitungen

8.5.1 Strömungsentwicklung am Rohreinlauf

Abb. 8.10 zeigt den Übergang von einem großen Behälter in eine Rohrleitung. Der Einlauf ist ausgerundet, um Strömungsablösungen zu vermeiden. Weit genug vom Einlauf entfernt ist die Strömung, wie oben beschrieben, entweder laminar oder turbulent ausgebildet.

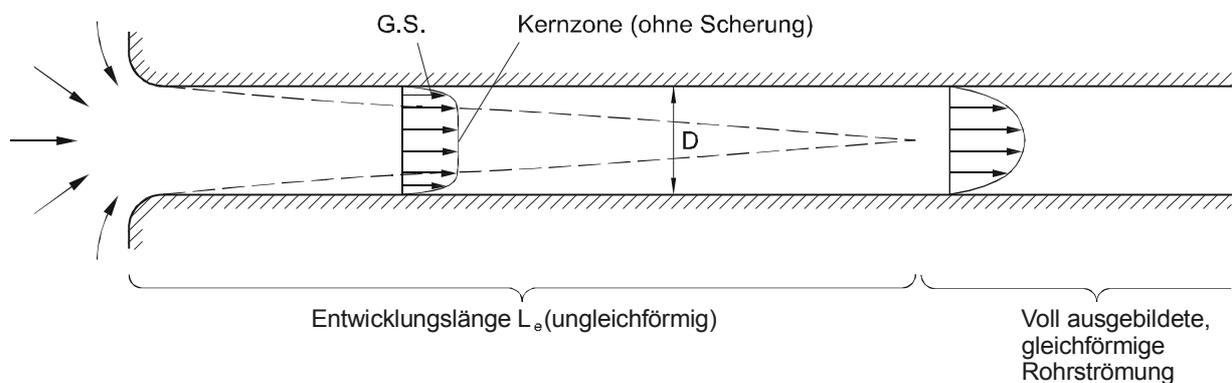


Abb. 8.10: Übergang von einem Behälter in eine Rohrleitung

Die G.S. wachsen allmählich von der Berandung in den Kern der Strömung. Die Kernzone selbst ist scherungsfrei. Die Entwicklungslänge L_e ist bei laminaren Strömungen abhängig von der Reynoldszahl

$$L_e \cong 0,05 D Re \quad (8.33)$$

und bei turbulenten Strömungen

$$L_e \cong 50 D \quad (8.34)$$

8.5.2 Örtliche Energieverluste

Rohrleitungen bestehen nicht nur aus gleichförmigen geraden Rohrstücken. In Rohrleitungen gibt es Krümmer, Abzweigungen, Verengungen und Erweiterungen, Regelorgane und weitere Einbauten, die alle zu örtlichen Energieverlusten führen, welche gegenüber den kontinuierlichen Reibungsverlusten nicht vernachlässigbar klein sind.

Abb. 8.11 zeigt z.B. eine plötzliche Rohrerweiterung. Die Strömung, die im Querschnitt A_1 voll ausgebildet ist, kann an der plötzlichen Erweiterung der Geometrie nicht folgen. Es kommt in diesem Bereich zu Ablösungen und dadurch zu Rückströmungen und erhöhten Energieverlusten durch turbulente Dissipation (sh. auch Abschn. 5.4 zur Analyse der Rohrerweiterungsströmung). Nach einer gewissen Distanz stellt sich wieder eine gleichförmige Strömung im Querschnitt A_2 ein.

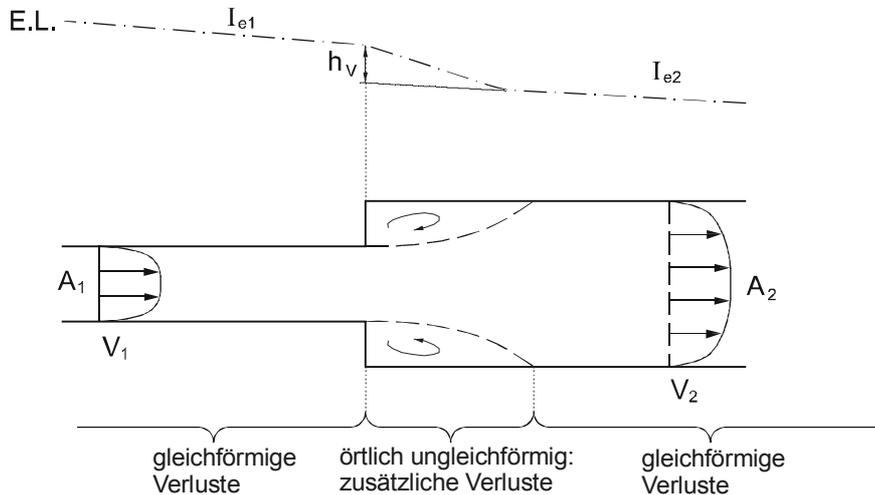


Abb. 8.11: Örtliche Energieverluste durch plötzliche Rohrerweiterung

Während die Energielinie im ersten Abschnitt einen Gradienten I_{e1} bzw. im zweiten Abschnitt I_{e2} hat, stellt der Wert h_v (sh. Abb. 8.12) den zusätzlichen örtlichen Energieverlust dar. Solch örtliche Verluste werden als

$$h_v = \zeta \frac{V^2}{2g} \quad (8.35)$$

d.h. proportional zur Geschwindigkeitshöhe, parameterisiert, wobei ζ ein dimensionsloser Verlustbeiwert ist. Je nach Strömungsbedingungen kann die Referenzgeschwindigkeit V dabei den Zustand vor oder nach der Ungleichförmigkeit beschreiben.

Abb. 8.12 gibt Beispiele für örtliche Verlustbeiwerte ζ für verschiedene Rohrleitungsgeometrien, wie z.B. Einlauf und Auslauf, Rohrumlenkungen, Verengungen und Erweiterungen, und Schieber an. Nur in wenigen Fällen (z.B. plötzliche Rohrerweiterung, sh. Abschn. 5.4) sind diese Verlustbeiwerte analytisch erfaßbar. Der Großteil der Daten geht auf experimentelle Messungen zurück.

8.6 Rohrleitungssysteme

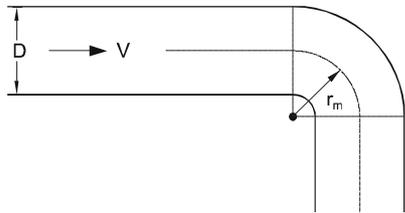
Rohrleitungssysteme, wie z.B. im städtischen Wasserversorgungssystem, in industriellen Anlagen oder zur Energienutzung in Wasserkraftanlagen, bestehen aus Rohrsträngen, die mehrfach vernetzt sein können, aber auch aus vielen anderen Komponenten wie Behälter, Pumpen, Turbinen und Kontrollorganen.

Einlauf - gerundet $\zeta = 0,2$ $V \sim$ nach Einlauf
 - scharfkantig $\zeta = 0,5$

Auslauf $\zeta = 1,0$ $V \sim$ vor Auslauf

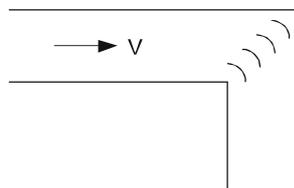
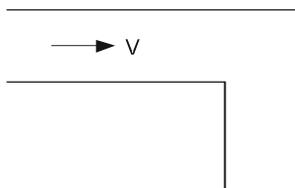
Rohrumlenkung

Krümmter (90° Krümmungswinkel)

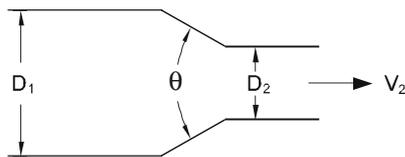


r_m/D	ζ	Notes
1	0,35	(scharf)
2	0,19	
4	0,16	(minimal)
6	0,21	
8	0,28	
10	0,32	(lang)

Ecke - ohne Umlenkschaufeln: $\zeta = 1,1$ - mit Umlenkschaufeln: $\zeta = 0,2$

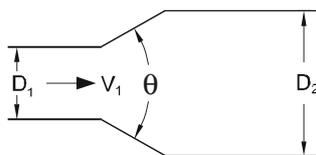


Verengung



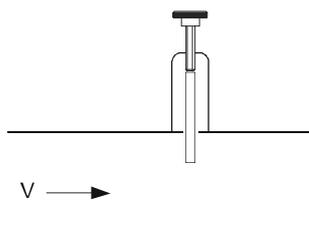
D_2/D_1	$\theta = 60^\circ$	180° (abrupt)
0,0	$\zeta = 0,08$	0,50 (Einlauf)
0,2	$\zeta = 0,08$	0,49
0,4	$\zeta = 0,07$	0,42
0,6	$\zeta = 0,06$	0,32
0,8	$\zeta = 0,05$	0,18
0,9	$\zeta = 0,04$	0,10

Erweiterung



D_1/D_2	$\theta = 10^\circ$	180° (abrupt)
0,0		1,00
0,2	$\zeta = 0,13$	0,92
0,4	$\zeta = 0,11$	0,72
0,6	$\zeta = 0,06$	0,42
0,8	$\zeta = 0,03$	0,16
theoretisch: $\zeta = (1 - (D_1/D_2)^2)^2$		

Plattenschieber



	offen	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
$\zeta =$	0,2	1,15	5,6	24,0

Abb. 8.12: Örtliche Energieverluste für verschiedene Rohrleitungsgeometrien

Die Hauptvorgehensweise für die Berechnung von stationären Fließvorgängen in solchen Systemen ist die Arbeits-Energie-Gl. (Kap. 5) mit den zusätzlichen Abschätzungen der Energieverluste wie in den vorherigen Abschnitten. Als Beispiel dazu ist in Abb. 8.13 ein Zwei-Behälter-System mit zwei Rohrsträngen und Schieber dargestellt. Die Energielinie E.L. bzw. Drucklinie D.L. sind schematisch eingezeichnet. Typisch für die Praxis sind Fragen nach Durchflußmengen und Energiehöhen, Auswirkungen von Öffnen und Schließen von Schiebern, bzw. ob der Einbau von Pumpen und Turbinen notwendig oder effektiv ist.

Bei plötzlichen Änderungen in dem hydraulischen System, z.B. durch Einschalten oder Abstellen von Pumpen oder Schließen von Ventilen, treten auch instationäre Fließvorgänge in Form von Druckstoßwellen (sh. Abschn. 4.2.1) im System auf.

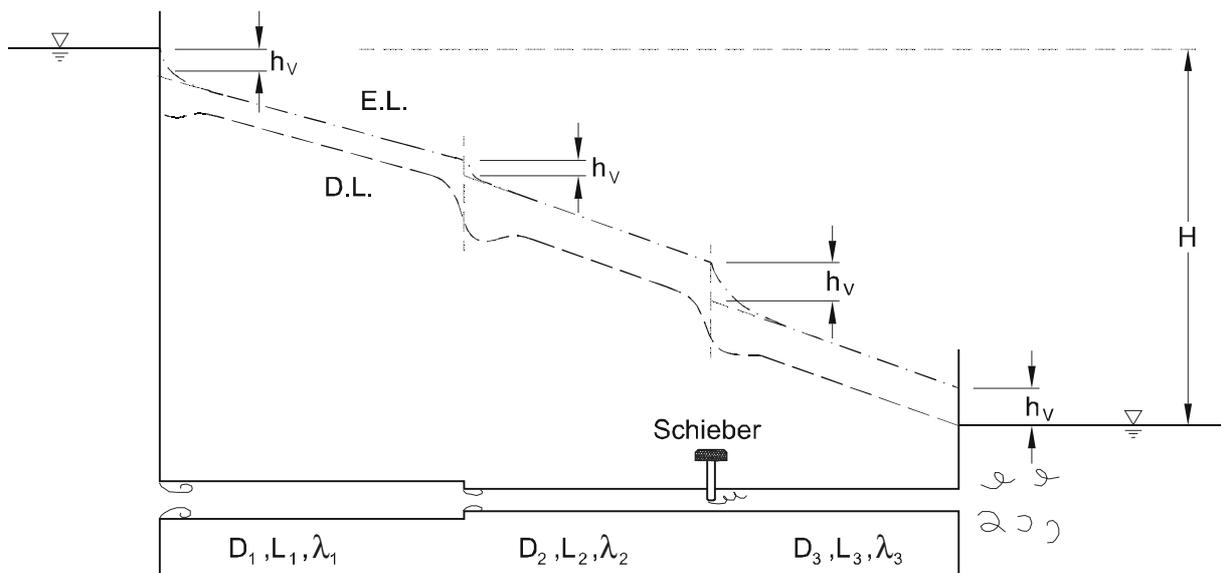


Abb. 8.13: Beispiel eines Rohrleitungssystems mit zwei Behältern, zwei Rohrsträngen und Kontrolle durch Schieber